



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación :

INGENIERO DE TELECOMUNICACIÓN

Título del proyecto:

MODELADO DEL RECLUTAMIENTO DE LAS UNIDADES MOTORAS

Alumno: Ignacio Beunza Martinez

Tutores: Javier Navallas Irujo, Javier Rodríguez Falces

Pamplona, 6 de Abril de 2011

1. Introducción
2. Bases fisiológicas
 - 2.1. Músculo
 - 2.2. Reclutamiento
 - 2.3. Fuerza
 - 2.4. Electromiografía (EMG)
3. Implementación
 - 3.1. Sobre Fuglevand y Moritz
 - 3.2. Excitación
 - 3.3. Reclutamiento
 - 3.4. Fuerza
 - 3.5. EMG
 - 3.6. Integración de los modelos
4. Estudio de resultados
 - 4.1. Fuerza total del músculo
 - 4.2. Relación Excitación – Fuerza total del músculo
 - 4.3. Relación Excitación – Instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas
 - 4.4. Relación Instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas – Fuerza del músculo
 - 4.5. Estimación de excitación empleada
 - 4.6. Señal electromiográfica, EMG
 - 4.7. Relación Fuerza muscular – Señal Electromiográfica
5. Conclusiones y líneas futuras
6. Apéndice
7. Lista de abreviaturas
8. Bibliografía

1. Introducción

En este proyecto se va a trabajar con conceptos relacionados con la Ingeniería Biomédica, en concreto, se emplearán términos y estudios relacionados tanto con la bioelectricidad, a la hora de calcular señales electromiográficas, como con la neurofisiología.

La motivación de este proyecto viene dada por la variedad que hoy en día existe en cuanto a modelos de reclutamiento de unidades motoras se refiere. Esto tiene un aspecto negativo, como es el hecho de que cada uno de los modelos viene muy limitado por los resultados empíricos obtenidos en los artículos en los que se desarrollan, a los cuales se intentan ajustar.

Por tanto, podemos decir que el proyecto tiene dos metas, por un lado la obtención de un modelo de reclutamiento de unidades motoras que comprenda características de los modelos ya desarrollados. Es decir, se pretende conseguir un modelo propio que tenga las ventajas de los estudiados en los artículos en los que nos hemos basado, así como comprobar lo bien o mal que funciona.

La otra meta que se persigue es la de que su empleo sea lo más generalizado posible, es decir, que sirva para la mayoría de las condiciones de estudio posibles. Por ello un aspecto fundamental del modelo desarrollado debe ser que sea intuitivo de usar, y que pueda ser fácilmente modificado para su desarrollo futuro e implementación de mejoras. Para cumplir con dicho objetivo, se ha programado el modelo de reclutamiento de unidades motoras de manera que se pueden distinguir módulos con funcionalidades muy concretas, como son las correspondientes a excitación empleada, reclutamiento de unidades motoras y obtención de señales electromiográficas y fuerza del músculo.

Se pretende en definitiva, sentar las bases de un modelo que pueda ser empleado en proyectos futuros y que represente de manera fiel los datos que se obtendrían en cualquier contexto de experimentos reales de reclutamiento de unidades motoras.

Para tener una mayor comprensión de todo el estudio realizado, se recomienda tener en cuenta los siguientes artículos: “Models of recruitment and rate coding organization in motor-unit pools” de Andrew J. Fuglevand, David A. Winter, y Aftab E. Patla; y “Discharge rate variability influences the variation in force fluctuations across the working range of a hand muscle” de Chet T. Moritz, Benjamin K. Barry, Michael A. Pascoe y Roger M. Enoka. Estos dos son imprescindibles para entender cómo se ha desarrollado la parte principal dedicada al reclutamiento de unidades motoras. Además, para tener unas nociones básicas sobre la parte del proyecto relacionada con la bioelectricidad, se recomienda leer: “Teaching a master student how to model the electrical behaviour of a biological system” de Javier Rodríguez, Javier Navallas y Armando Malanda; así como “A mathematical analysis of sfap convolutional models” de Javier Rodríguez Falces, Armando Malanda Trigueros, Luis Gila Useros, Ignacio Rodríguez Carreño y Javier Navallas Irujo.

A continuación se exponen los temas que se tratarán en cada uno de los apartados de este proyecto.

- En el apartado 2, se explicará de manera general en qué consisten los modelos en los que se ha basado el proyecto. Así pues, se hablará del modelo de músculo, modelo de reclutamiento y señal electromiográfica (EMG).
- Por su parte, el apartado 3 es el de mayor importancia y extensión, ya que en él se desarrollan con mayor detalle los fundamentos del proyecto, en concreto, se muestran las fórmulas e ideas que han sido consideradas de los modelos de Fuglevand y de Moritz a la hora de realizar el modelo de reclutamiento y cálculo de la fuerza de músculo; además se describen los módulos que componen el código implementado: de excitación, reclutamiento, fuerza y señal electromiográfica; así como la integración de los modelos de músculo, de Fuglevand y de Moritz.
- En el apartado 4 se estudian los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas con el modelo de reclutamiento creado.
- En el apartado 5 se realiza un análisis de las conclusiones sacadas del desarrollo del proyecto, así como ideas para posibles líneas futuras de investigación que empleen el modelo aquí implementado.
- Por último, en el apartado 6 se explican las funciones programadas específicamente para el desarrollo del proyecto, y que se emplean dentro de los bloques del modelo de reclutamiento.
- A modo de complemento del desarrollo de la memoria, se ha incluido en el apartado 7 una lista de abreviaturas, y en el apartado 8 la principal bibliografía empleada.

2. Bases fisiológicas

A continuación se explican las bases fisiológicas en las que nos hemos basado para el desarrollo del proyecto.

2.1. Músculo

En gran parte del proyecto vamos a trabajar con un sistema denominado **unidad motora**, el cual representa la unidad anatómica y funcional de un músculo esquelético, y consta de:

- **Motoneurona**, con su **axón**.
- **Fibras musculares** inervadas por la motoneurona.

Se puede representar como:

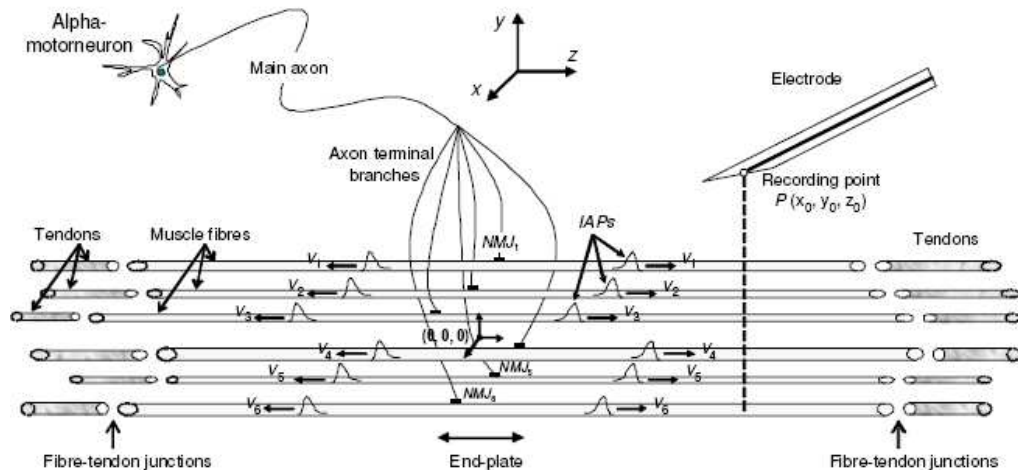


FIG.1. Representación de unidad motora y sus componentes: motoneurona, axón, unión neuromuscular y fibras musculares. Además, también se representa la ubicación típica del electrodo y las coordenadas que lo caracterizan (x_0, y_0, z_0). Se muestran también características de las fibras musculares como son la velocidad de propagación por cada una de ellas, v_i , y los potenciales que las recorren, IAPs.

Asimismo, se denomina **territorio de la unidad motora** a la sección del músculo en la que se encuentran las fibras musculares de dicha unidad motora. Como se puede apreciar en la figura, mediante las terminaciones nerviosas que salen del axón y llegan a las **uniones neuromusculares (NMJ)**, la motoneurona controla a las fibras musculares. Las uniones neuromusculares están situadas en torno a una zona denominada **end-plate**. La fuerza obtenida del músculo proviene de las contracciones de las fibras musculares, las cuales a su vez se deben a que la motoneurona envía impulsos eléctricos a través del axón para activar el músculo. Cuando esos impulsos llegan a la NMJ de cada fibra, se transforman en **potenciales de acción intracelular (IAP)** y viajan en sentidos contrarios hasta llegar a extinguirse en los tendones. La aparición de estos IAP genera en el medio extracelular un potencial denominado **potencial de acción de una fibra (SFAP)**, la suma de los SFAP de todas las fibras musculares

que pertenecen a la misma unidad motora da lugar al **potencial de acción de la unidad motora (MUAP)**.

La **señal electromiográfica, EMG**, que obtendremos, resultará del sumatorio temporal de los MUAP de las unidades motoras reclutadas. Los electrodos detectan los potenciales SFAP, y a partir de ellos conseguimos obtener tanto en la vida real como en el proyecto, la señal EMG a estudiar. Se ha utilizado el modelo desarrollado por Javier Navallas consistente en un músculo cuya sección tiene forma circular, al igual que los territorios de las unidades motoras que lo componen. Los datos que se obtienen a la salida del modelo son referentes a:

- Posición de las fibras musculares y las unidades motoras dentro del músculo
- Posición del end-plate de las fibras y la velocidad de propagación en las fibras
- Radios de las unidades motoras y de la sección muscular
- Índice de unidad motora a la que pertenece cada fibra

De los cuales, la posición de las fibras y el radio de la sección muscular son deterministas en función de los parámetros de entrada, mientras que el resto de parámetros son aleatorios para cada ejecución. A continuación, unos gráficos de un ejemplo de músculo obtenido mediante este modelo:

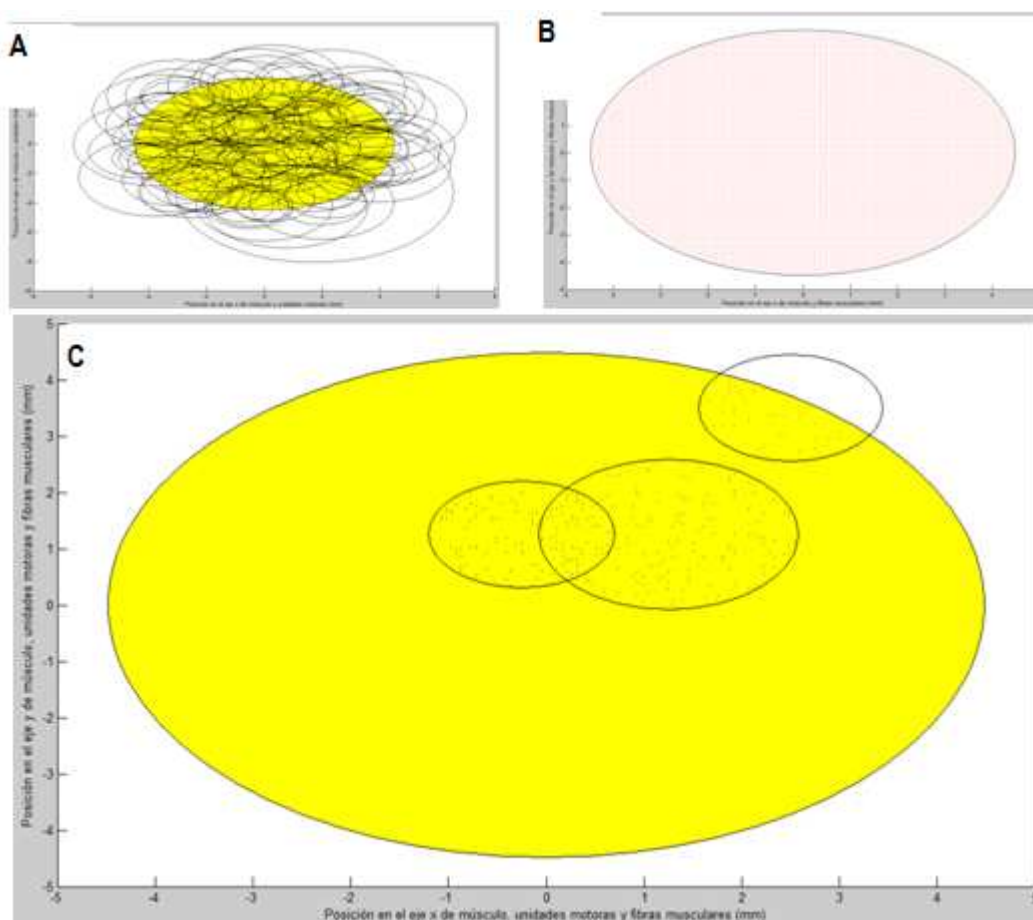


FIG. 2. A: Representa un ejemplo de músculo a estudiar en forma de círculo amarillo, y cada una del resto de circunferencias más pequeñas, representa el territorio de una unidad motora. B: La circunferencia representa el músculo, mientras que cada uno de los puntos rojos representa cada

una de las fibras musculares de las que consta dicho músculo. C: El círculo amarillo vuelve a ser el músculo, las circunferencias pequeñas representan territorios de unidades motoras, y los puntos que están contenidas en dichas circunferencias son las fibras musculares de las que constan esas unidades motoras.

Fijándonos en la Fig.2. C, es interesante observar como dentro de la superficie correspondiente al territorio de una unidad motora, pueden estar incluidas fibras musculares pertenecientes al territorio de otra unidad motora.

2.2. Reclutamiento

Vamos a basarnos en los modelos descritos en los artículos: “Models of recruitment and rate coding organization in motor-unit pools” de Fuglevand, y “Discharge rate variability influences the variation in force fluctuations across the working range of a hand muscle” de Moritz. En concreto, tomaremos ideas de ambos para crear un modelo propio con las características que mejor consideremos que se acercan a la realidad. Cabe destacar que el modelo de Fuglevand es una referencia a la hora de construir otros, y a pesar de haber sido publicado en 1993, sigue presentando ideas importantes acerca de cómo implementar un modelo de reclutamiento; se trata de la base sobre la cual también nosotros trabajamos. Por otro lado, el de Moritz es un artículo mucho más actual, (de 2005), y presenta apuntes importantes sobre aspectos a mejorar y que sobre todo conciernen a las tasas de disparo de las unidades motoras reclutadas.

Se define el “**motoneuron pool**” como el conjunto de motoneuronas que inerva un solo músculo esquelético; serán los términos con los que nosotros trabajaremos. Normalmente, se identificará a cada una de las unidades motoras, mediante un índice; además, existe un parámetro denominado “**recruitment threshold excitation**”, **RTE**, el cual se define como el nivel mínimo de excitación necesario para que una unidad motora comience a desarrollar su actividad. Podremos observar como a partir del índice de cada unidad motora, se obtiene el valor de RTE de dicha unidad motora, en concreto, las unidades motoras de menor índice tendrán menor RTE que las de mayor índice. Una vez que se conocen estos parámetros, hace falta saber en qué consiste el reclutamiento. Se llama **reclutamiento** al proceso que supone el inicio de actividad mecánica y eléctrica por parte de unidades motoras, (y por tanto de sus fibras musculares), para la obtención de un nivel de fuerza de músculo deseada. Como vimos en el apartado dedicado al modelo de músculo, (2.1), las motoneuronas mandan una excitación o impulso eléctrico para generar los potenciales de acción de las fibras. Por tanto, para reclutar unidades motoras, se debe ejercer sobre el músculo un nivel de excitación igual o mayor que aquella excitación que origine la actividad de cada unidad motora.

Se llama **tasa de disparo o descarga** de una motoneurona (**FR**), al número de impulsos por segundo que llegan desde la motoneurona hasta las NMJ de las fibras que inerva; y es un factor que determina, junto al número de unidades motoras reclutadas, el valor de la fuerza de músculo que se obtiene. La tasa de descarga de una motoneurona será mayor cuanto más sobrepasemos su excitación umbral de reclutamiento. Sin embargo, para cada motoneurona existe un nivel de excitación a partir del cual mantendrá constante su máximo de tasa de

disparo, (**pico de tasa de disparo, PFR**); este nivel se denomina **excitación máxima (Emax)** para el caso de la unidad motora de mayor índice del músculo. Asociada a dicha excitación máxima se obtiene la fuerza de músculo máxima posible, también llamada en algunos casos **máxima contracción voluntaria (MVC)**. En relación a la tasa de descarga, se presenta el **ISI**, el cual es la diferencia temporal entre dos instantes de disparo consecutivos de una unidad motora; el ISI se calculará simplemente como la inversa de la tasa de disparo.

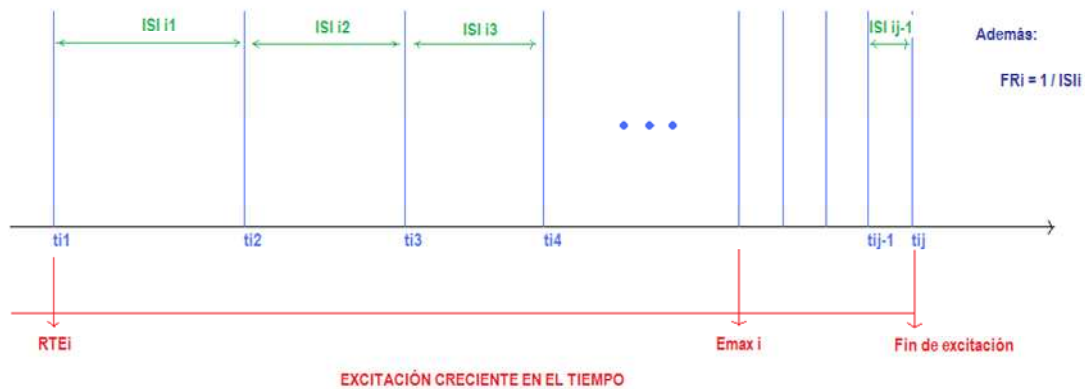


FIG. 3. Aparecen representados los términos ISI_i (diferencia entre dos instantes de disparo consecutivos de la misma motoneurona), RTE_i (excitación umbral de reclutamiento de la motoneurona de índice i), FR_i (tasa de disparo de la motoneurona de índice i), $Emax_i$ (excitación para la que se alcanza el pico de tasa de disparo de la motoneurona de índice i); $Emax_i$ sólo coincidirá con $Emax$ cuando i sea el índice de la última motoneurona en ser reclutada.

Otro parámetro que se nombrará de aquí en adelante es el **rango de reclutamiento (RR)**, entendido como el RTE de la unidad motora de mayor índice. Es un parámetro importante, ya que cuanto menor sea su valor, antes serán reclutadas todas las unidades motoras, y por tanto, antes se alcanzarán altos valores de fuerza muscular.

2.3. Fuerza

El modelo de **fuerza total del músculo (F_m)** que obtendremos, está basado en los fundamentos teóricos reflejados en el artículo de Fuglevand que ya usamos para el reclutamiento.

Cuando queremos generar un nivel determinado de fuerza, nuestro cerebro envía información a través del sistema nervioso central para que se contraigan las fibras musculares necesarias para alcanzar el nivel de fuerza deseado. Veamos con mayor detenimiento cómo ocurre este proceso, para ello, primero veremos algunos conceptos necesarios:

- **Motoneurona:** es aquella clase de neurona que conduce los impulsos del cerebro y la médula espinal hasta los músculos.
- **Fibras mielínicas:** se denominan de esta manera a las fibras nerviosas, o tal y como comentamos en el apartado 2.1, axones.
- **Fibras amielínicas:** se denominan de esta manera a las fibras musculares.

La médula espinal es una parte importante del sistema nervioso central que permite enviar señales desde el cerebro hasta distintas partes del cuerpo, y en sentido contrario también. En concreto, esta actividad conductora de la médula se realiza gracias a grupos de fibras mielínicas. Tal y como se ha distinguido antes, existe información que viaja desde distintas partes del cuerpo hacia el cerebro, dicha información puede ser relacionado con la sensibilidad de la piel, y con el dolor y temperatura. Sin embargo, en nuestro proyecto nos centraremos en las fibras mielínicas que permiten la transmisión de información de movimientos voluntarios, es decir, desde el cerebro hacia los músculos. La mayoría de estas fibras tienen su origen en la corteza cerebral. De manera que los impulsos que indican a las fibras amielínicas que deben contraerse, (y por tanto, se contrae el músculo), siguen el siguiente recorrido:



FIG. 4. Aparecen representadas las partes del cuerpo humano que son recorridas por los impulsos nerviosos que transmiten la información de qué fibras musculares deben ser contraídas

Conviene aclarar a qué nos referiremos cuando hablemos de **excitación**. Como acabamos de ver, existe información que viaja en forma de impulsos desde el cerebro a la médula; así como desde la médula hasta las fibras musculares, para indicar cuáles de estas fibras deben ser contraídas; sin embargo, como nosotros en el proyecto nos centraremos en los procesos que se dan en la zona comprendida entre la médula y las fibras musculares, tendremos que modelar de alguna manera la llegada de la información a la médula proveniente del cerebro; y es a esa información a la que en el proyecto haremos referencia con el nombre de excitación. Además, a pesar de que la excitación tenga forma de impulsos eléctricos de alta frecuencia, no nos interesa en este proyecto la frecuencia de los mismos, sino que los modelaremos mediante funciones continuas en el tiempo, con el fin de hacer más sencilla la compresión del modelo de reclutamiento creado, de manera que cuanto mayor sea el nivel de excitación empleado, mayor frecuencia de disparo tendrán las unidades motoras reclutadas. Cabe destacar que otro de los puntos desarrollados en el proyecto tiene que ver con la estimación de la función excitación empleada, a partir de la fuerza total de músculo obtenida, y que será detallado en el apartado 4.5. Una vez visto el proceso entero, ya podemos definir la unidad básica de fuerza, el **twitch o contracción**. El twitch es la respuesta mecánica de una fibra muscular a la estimulación; y típicamente tiene la forma:

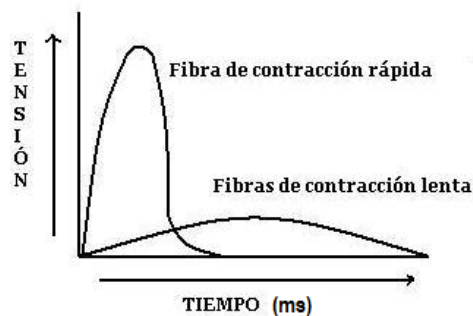


FIG. 5. Representación de dos clases de contracciones distintas (twitches). Una de ellas es de duración corta pero elevado pico de fuerza; y la otra lo contrario, es decir, duración alta pero bajo pico de fuerza.

Tal y como acabamos de comentar, a cada fibra muscular llega un tren de impulsos, de manera que por cada impulso se genera un twitch; y si dichos impulsos tienen una frecuencia lo suficientemente alta, entonces las contracciones originadas, twitches, se fusionan formando una fuerza denominada **fuerza tetánica**, o dicho de otra manera, se obtiene tensión continua. En caso de que la frecuencia de los impulsos no alcance dicho valor, la tensión obtenida como suma temporal de los twitches, (en este caso no se habrán fusionado), tendrá saltos. Como ya hemos visto, cuanto mayor sea el nivel de la excitación empleada, mayor frecuencia de disparo tendrán las unidades motoras reclutadas y por tanto, con mayor facilidad podrán fusionarse sus twitches.

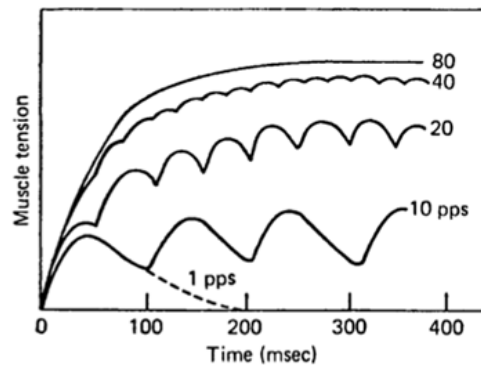


FIG. 6. Ejemplo de fusión completa o parcial de twitches de una unidad motora a distintas frecuencias o tasas de disparo

Para cada unidad motora se define un pico de fuerza de contracción y un tiempo de contracción, (asumiendo así que todas sus fibras musculares van a generar el mismo twitch ante un estímulo). En concreto, estos dos nuevos parámetros responderán a las siguientes definiciones:

- **Pico de fuerza de contracción (P):** máximo valor alcanzado por el twitch.
- **Tiempo de contracción (T):** tiempo que le cuesta al twitch alcanzar su pico de fuerza de contracción desde el momento en que se inicia.

Una vez conocidos estos términos, podemos decir que, de forma resumida, el modelo de fuerza consiste en definir una contracción de valor de pico y duración característicos de cada unidad motora, de manera que a partir de ellos se calculen las respuestas impulsionales de cada unidad motora para sus instantes de disparo. A partir de dichas respuestas, realizando su sumatorio, obtendremos la fuerza de cada unidad motora. Finalmente, sumando todas estas fuerzas obtendremos la fuerza total del músculo. Es decir:

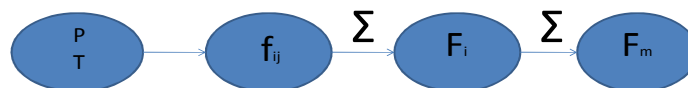


FIG. 7. Esquema del proceso que va desde el cálculo de los picos de fuerza de contracción, P, y tiempos de contracción, T, de unidades motoras; hasta el cálculo de la fuerza muscular total, F_m . Hasta llegar a ese punto tendremos que calcular previamente las respuestas impulsionales de cada unidad motora para cada uno de sus instantes de disparo, f_{ij} , y las fuerzas producidas por cada unidad motora, F_i .

2.4. Electromiografía (EMG)

Ahora pasamos a analizar el modelo de EMG. Como ya se ha definido en el modelo de músculo, el IAP o potencial de acción intracelular, es cada uno de los potenciales que se originan en una fibra muscular como consecuencia del envío de un estímulo eléctrico desde la motoneurona hasta la NMJ de la fibra a través del axón; y que viaja hacia el tendón izquierdo o derecho de la fibra. El SFAP o potencial de acción de una fibra, es el potencial que se genera en el medio externo de una fibra muscular como consecuencia de la propagación de los IAP a través de la fibra.

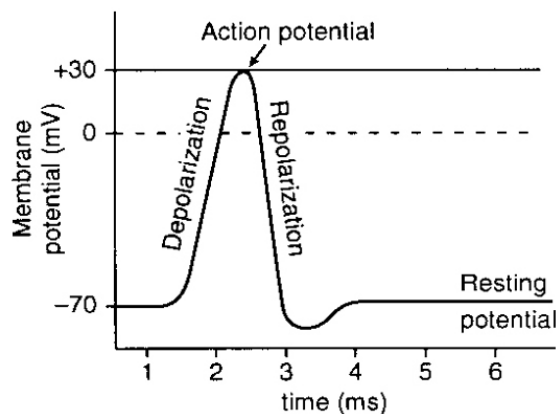


FIG. 8. Ejemplo de SFAP

El MUAP o potencial de acción de unidad motora, es el sumatorio de los SFAP de las fibras musculares que conforman una unidad motora. Además, ya se sabe que la señal EMG es la resultante de la suma de los MUAP a lo largo del tiempo durante el cual se excita al músculo.

Para realizar la medición de la señal EMG, se emplean electrodos tanto en la vida real como en el proyecto. Existen dos clases básicas de electrodos:

- **Electrodo de superficie:** se trata de un método no invasivo cuya gran ventaja es que es sencillo de situar; sin embargo, presenta un inconveniente importante que es que sólo permite detectar la actividad eléctrica de músculos superficiales. Se suele emplear en kinesiología, (estudio del movimiento humano). Un modelo de este tipo de electrodo es:



FIG. 9. Modelo de electrodo de superficie.

- **Electrodo de cable fino:** es la técnica empleada para tratar con las capas más profundas de músculo. La parte negativa es que su uso requiere una preparación más complicada que en el caso de electrodo de superficie; y que en ocasiones puede resultar necesario aplicar un filtro paso alto a 20 Hz para eliminar componentes de baja frecuencia, y de esta manera estabilizar la línea de base de la señal EMG obtenida. Un modelo de este tipo de electrodo es:

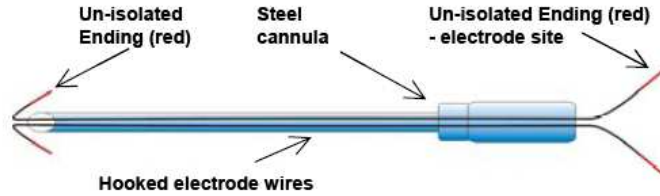


FIG. 10. Modelo de electrodo de cable fino. Se pueden apreciar las partes que lo componen.

Para calcular el SFAP existen dos posibles modelos convolucionales, el de Nandedkar – Stalberg (N – S) y el de Dimitrov – Dimitrova (D – D). En el proyecto se emplea este último, consiste en:

$$\Phi_e(t) = k \cdot \frac{\partial V_0(t)}{\partial t} * [IR_{DD}(t)]. \quad (1)$$

Donde:

- **k:** constante
- **$V_0(t)$:** función de potencial intracelular (IAP)
- **$IR_{DD}(t)$:** primera derivada de la respuesta impulsional de una fibra muscular de la unidad motora

A su vez, el IAP cumple:

$$IAP(t) = A_1 \cdot [(A_3 \cdot t^3 + A_2 \cdot t^2 - A_4 \cdot A_5 \cdot t - A_5) \cdot e^{-A_4 \cdot t} + A_5] \cdot e^{-A_6 \cdot t} \quad (2)$$

Donde las A_i son coeficientes que toman unos u otros valores dependiendo de si trabajamos con músculo sano o enfermo.

Y la respuesta impulsional de cada fibra:

$$IR(t) = \frac{1}{\left[(z_0 - NMJ - vt_1)^2 + r^2 \right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\left[(z_0 - NMJ + vt_2)^2 + r^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad t_1 \in \left[0, \frac{L_1}{v} \right], \quad t_2 \in \left[0, \frac{L_2}{v} \right] \quad (3)$$

Donde:

- **z_0 :** posición longitudinal de electrodo respecto el origen de coordenadas (mm)
- **NMJ:** posición de unión neuromuscular respecto origen de coordenadas (mm)
- **v:** velocidad de propagación en la fibra (m/s)
- **t_1, t_2 :** tiempo comprendido entre el inicio del IAP en el NMJ hasta su finalización en las uniones derecha e izquierda entre tendón y fibra.

- **r**: distancia del electrodo a la fibra (mm)
- **L₁, L₂**: semilongitudes derecha e izquierda de la fibra (mm)

Ahora, para calcular el MUAP, bastará con realizar el sumatorio de los SFAP de las fibras que componen la unidad motora en cuestión. Si consideramos que las propiedades fisiológicas de todas las fibras de una misma unidad motora son iguales, el IAP será el mismo para todas esas fibras; con lo que tendremos:

$$MUAP(t) = C \cdot d^2 \cdot \frac{\partial IAP(t)}{\partial t} * CIR(t) \quad (4)$$

Siendo:

- **C, d²**: constantes
- **CIR**: respuesta impulsional común. Corresponde al sumatorio de la primera derivada de las respuestas impulsionales de las fibras musculares de la unidad motora

Por último, cabe destacar que a efectos de ser eficientes, en el código se ha calculado para cada caso únicamente los MUAP de aquellas unidades motoras que están siendo detectadas por el electrodo.

3. Implementación

En este apartado explicaré la manera en la que hemos trasladado la teoría al código, de manera que quede lo más detallado y claro posible. Viéndolo de manera global, el sistema se ha dividido en cuatro bloques o módulos: excitación, reclutamiento, fuerza y señal electromiográfica (EMG); los cuales agrupan las funciones que se pueden considerar dentro de cada temática. Además, se emplea una función que implementa la obtención de las excitaciones umbrales de reclutamiento (RTE) de las unidades motoras a partir del rango de reclutamiento especificado. Como ya se dijo en la introducción, el objetivo de esta estructuración es que el manejo del código sea lo más intuitivo posible. A su vez, se tiene un script llamado *proy* en el cual inicialmente se crea un músculo y se calculan los RTE, para posteriormente ejecutar de manera consecutiva los cuatro bloques.

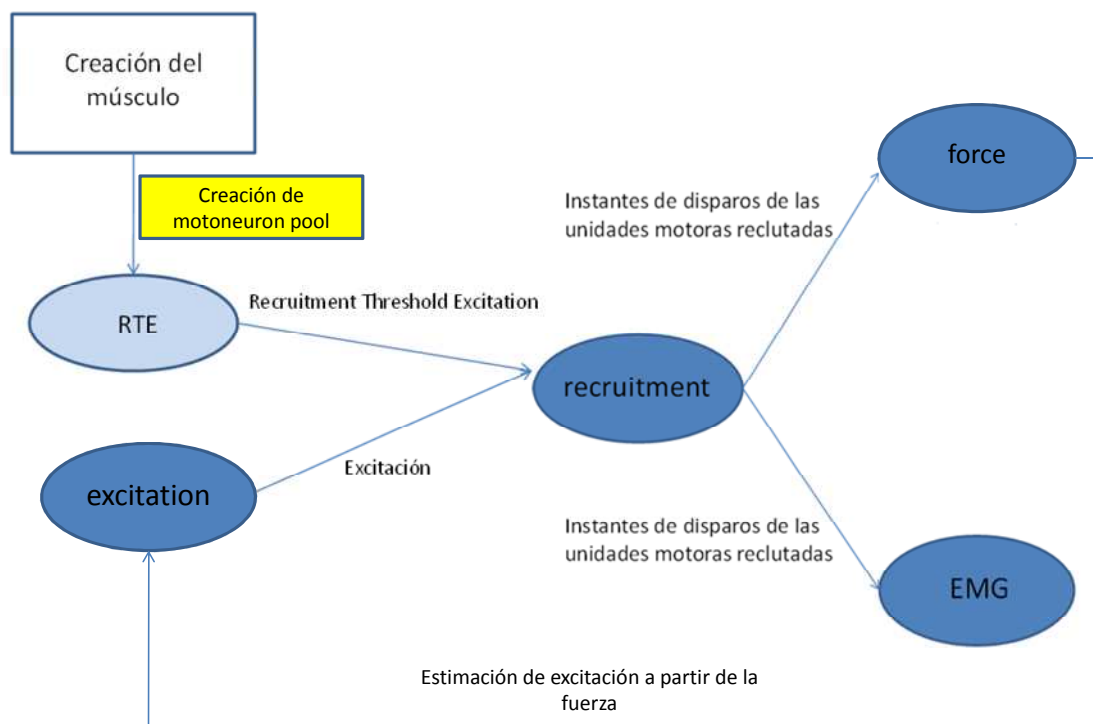


FIG. 11. Esquema con los nombres de los códigos en los que se desarrolla cada bloque (en color azul oscuro), la función auxiliar RTE (en color azul claro), y los principales parámetros que se proporcionan unas a otras.

Como se puede apreciar en la figura, a partir del cálculo de los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas existen dos posibles líneas de trabajo: la fuerza total del músculo o la señal electromiográfica; es una incógnita hoy en día la manera exacta en la que se relacionan estos dos parámetros. En nuestro caso se realizará más adelante un estudio sobre este asunto. Por último, decir como apunte que en muchas ocasiones se puede expresar un mismo concepto o idea, desde el punto de vista de las motoneuronas o desde el punto de vista de las unidades motoras indistintamente, ya que al fin y al cabo una única motoneurona pertenece a una única unidad motora. Por ejemplo, si hablamos de reclutamiento, se puede decir que se recluta una motoneurona o una unidad motora, y si hablamos de los índices identificativos de las motoneuronas, también se pueden considerar definidos para las unidades motoras.

3.1. Sobre Fuglevand y Moritz

En este punto se explican los modelos de reclutamiento que aparecen en los artículos empleados de dichos autores como bibliografía para la realización del proyecto.

Tal y como hemos visto en el apartado 2.3, la información necesaria para la contracción de fibras musculares viaja desde el cerebro hasta las fibras en cuestión, atravesando en ese trayecto motoneuronas. Dichas motoneuronas deberán tener conexión de alguna manera, para que la información viaje entre ellas; así pues, en este punto es necesario hablar de la sinapsis, la cual es una unión intercelular entre las motoneuronas que permite la transmisión de los impulsos nerviosos entre la zona final de una neurona y la inicial de otra cercana. Todo esto conduce a que a través de cada motoneurona viajará un estímulo procedente de otras motoneuronas.

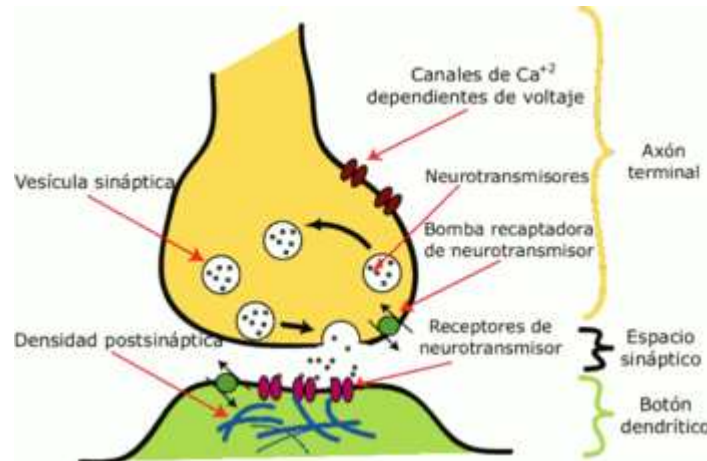


FIG. 12. Representación de componentes que intervienen en la transmisión de impulsos nerviosos

Es necesario definir el término **sinapsis**, porque Fuglevand va a emplear como input de su modelo de motoneuronas una función de excitación que represente la entrada de la sinapsis a las motoneuronas. Dicha función de excitación será la que ya vimos en el apartado 2.3, y que servía para representar la información que llegaba desde el cerebro hasta la médula. Ambas interpretaciones de la función de excitación concuerdan, ya que la información que viaja desde el cerebro hasta la médula, será la misma que llegue a las motoneuronas de la médula a través de la sinapsis. Además, Fuglevand de inicio, crea un modelo de músculo con 120 unidades motoras, (y por tanto 120 motoneuronas).

El primer concepto expresado en forma matemática por Fuglevand, es el RTE de cada una de las unidades motoras que conforman el músculo; y dicha función tiene como parámetros de entrada el rango de reclutamiento, RR, de las unidades motoras y el índice de las mismas, i. Por lo que tenemos:



FIG. 13. Esquema del cálculo de las excitaciones umbral de reclutamiento de las unidades motoras, RTE.

$$RTE(i) = e^{a \cdot i} \quad (5)$$

Donde:

- **RTE:** umbral de reclutamiento.
- **i:** índice de motoneurona.
- **a = ln (RR)/n;** RR es el rango de reclutamiento y n el número total de unidades motoras.

Se puede ver como el rango de reclutamiento determina la excitación umbral de reclutamiento de la unidad motora de mayor índice. Se ha creado de esta manera la función RTE porque el objetivo de Fuglevand era plasmar que muchas motoneuronas tienen bajos umbrales de reclutamiento, y pocas motoneuronas tienen umbrales elevados. Además, asocia los índices de motoneurona bajos a las primeras motoneuronas en ser reclutadas, y por tanto, los índices de motoneurona altos a las últimas en ser reclutadas.

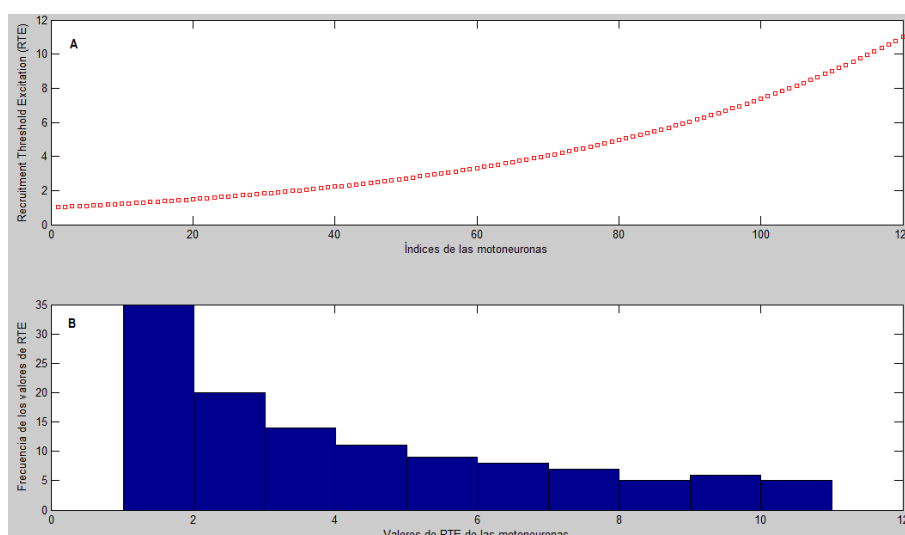


FIG. 14. A: Valores de las excitaciones umbrales de reclutamiento (RTE) de las unidades motoras. B: Histograma que muestra las frecuencias de los valores de los RTE de las unidades motoras; como se puede observar, hay más unidades motoras con valor de RTE bajo que alto.

Una vez definido el método de reclutamiento habrá que saber cómo implementar la tasa de estímulos eléctricos desde la motoneurona hasta la unión neuromuscular de cada fibra muscular que inerva, en función del nivel de excitación; es decir, la tasa de disparo de la motoneurona. Anteriormente ya se ha indicado que se trata de un parámetro fundamental a la hora de determinar la fuerza de músculo que se obtendrá. Para crear la función con la que se obtengan las tasas de disparo, Fuglevand decide emplear como parámetros de entrada la función excitación, los umbrales de reclutamiento de las unidades motoras, y las tasas mínimas de disparo de las unidades motoras (MFR). Además, considera constante el parámetro que determina la **ganancia de la relación excitación – tasa de disparo (g_e)**, para todas las motoneuronas. Así, tendremos:

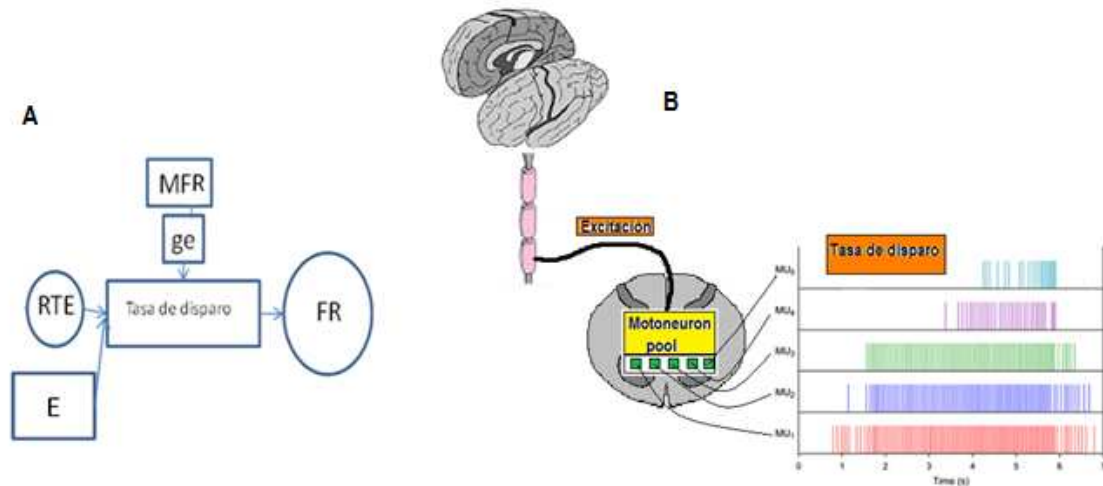


FIG. 15. A: Esquema del cálculo de la tasa de disparo de las unidades motoras, FR. B: Indicación de la zona en la que vamos a trabajar con excitación, y de la zona donde se originan las tasas de disparo (FR).

$$FR_i(t) = g_e \cdot [E(t) - RTE_i] + MFR \quad E(t) \geq RTE_i \quad (6)$$

Donde:

- **FR_i** : tasa de disparo de la unidad motora i.
- **g_e** : ganancia de la relación excitación – tasa de disparo. Es la misma para todas las motoneuronas.
- **E**: excitación empleada.
- **RTE_i** : umbral de reclutamiento de la unidad motora i.
- **MFR**: tasa de disparo mínima. Tasa de disparo de la unidad motora de índice i, cuando se emplea una excitación igual a RTE_i .

Existe una condición a la hora de calcular la tasa de disparo, que es que la unidad motora en cuestión, tiene que haber sido reclutada, y ello se expresa a través de la expresión $E(t) \geq RTE_i$. Como conclusiones podemos decir que se puede observar cómo a mayor excitación empleada, mayor tasa de disparo tendrán las motoneuronas; y a menor excitación umbral de reclutamiento, mayor tasa de disparo. Por otro lado, Fuglevand indica que la relación entre excitación y tasa de disparo, g_e , la considera constante y del mismo valor para todas las

unidades motoras, ya que no observa que tenga correlación con los índices definidos para el RTE de las motoneuronas. Por último, también es necesario explicar el término pico de tasa de disparo de cada unidad motora, como la máxima tasa de disparo que cada unidad motora puede alcanzar; y lo nombramos porque la fórmula recién vista para FR, no incluye esta limitación que, sin embargo, si es necesaria implementar ya que todas las unidades motoras tienen un límite máximo de tasa de disparo.

Además, tal y como vimos en la Fig. 3, es fácil darse cuenta que a mayor tasa de disparo, menor ISI. Si expresamos el ISI como la diferencia entre dos instantes de disparo consecutivos de la unidad motora de índice i : t_{ij} , t_{ij-1} , tenemos:

$$\frac{1}{(t_{ij} - t_{ij-1})} = g_e \cdot [E(t) - RTE_i] + MFR \quad E(t) \geq RTE_i \quad (7)$$

La diferencia entre instantes de disparo consecutivos obtenidos de dicha fórmula, nos dará la componente determinista de ISI; y se denomina determinista porque no tiene componente aleatoria. Sin embargo, esta aproximación al cálculo de ISI resulta poco realista, ya que, como es de esperar, los posibles valores que se den en experimentos reales, estarán sometidos a cierta variabilidad aleatoria. Por ello, Fuglevand crea una nueva manera de expresar el ISI en la que se tenga en cuenta dicho comportamiento estocástico.

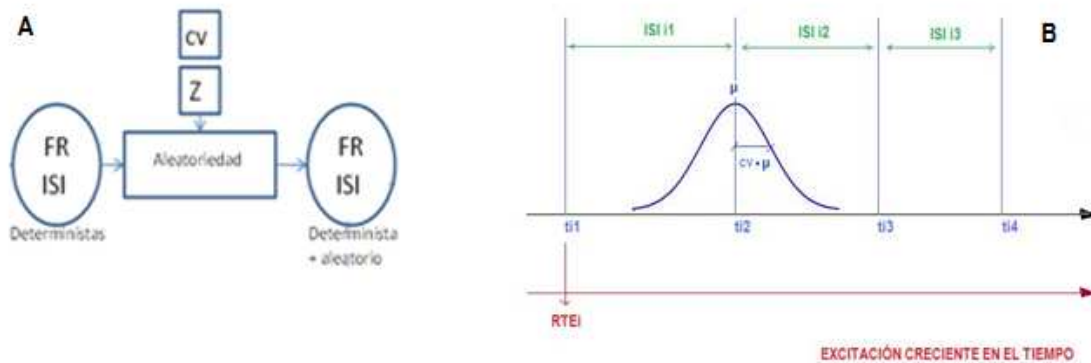


FIG. 16. A: Esquema del cálculo de la tasa de disparo con comportamiento estocástico e ISI con comportamiento estocástico, de las unidades motoras reclutadas. B: Representación de los parámetros que modelan el carácter aleatorio de los ISI.

Por lo que se puede observar que los parámetros de entrada serán los FR e ISI calculados a partir de las fórmulas (6) y (7), así como el **coeficiente de variación**, (cv), y el **factor aleatorio**, (Z).

$$ISI_{i,j-1} = t_{ij} - t_{i,j-1} = \mu + \sigma \cdot Z \quad (8)$$

$$t_{ij} = \mu + \mu \cdot cv \cdot Z + t_{i,j-1} \quad (9)$$

Siendo:

- **ISI_{ij-1}**: ISI j-1-ésimo de la unidad motora de índice i.
- **t_{ij}, t_{ij-1}**: instantes de disparo número j y j-1, respectivamente, de la unidad motora i
- **μ**: media de la diferencia entre instantes de disparo consecutivos. Se obtiene haciendo la inversa de la función FR_i(t) de la fórmula (6). Se encarga de modelar la aleatoriedad del ISI.
- **cv, Z**: el cv hace referencia al coeficiente de variación, y se encarga de modelar la aleatoriedad del ISI; mientras que Z representa el factor aleatorio del ISI, empleando para ello una distribución normal.

De manera que ahora tendremos los ISI incluyendo componente determinista más aleatoria; serán los que empleemos a la hora de calcular un parámetro fundamental: los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas, a partir de los cuales podremos calcular y representar tanto la fuerza total de músculo como la señal electromiográfica. Si nos fijamos bien, vemos que en esta fórmula no se aplica la aleatoriedad sobre el primer disparo, nosotros sí que lo haremos con el objetivo de que dicho instante de disparo también siga un comportamiento lo más real posible.

Como ya se ha comentado en el apartado 2.2, existe un valor de excitación para el cual la unidad motora de mayor índice alcanza su pico de tasa de disparo. La excitación que lo cumple se llama excitación máxima, y Fuglevand la ha modelado tomando en cuenta la excitación umbral de reclutamiento de la unidad motora de mayor índice, la tasa pico de disparo de dicha unidad motora y la mínima tasa de disparo, como parámetros de entrada:

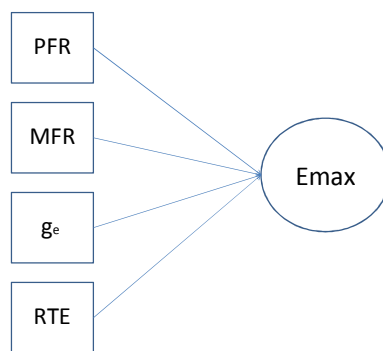


FIG. 17. Esquema del cálculo de la excitación máxima

Y Fuglevand crea una fórmula matemática que se obtiene a partir de la número (6), y es:

$$E_{\max} = RTE_n + \frac{PFR_n - MFR}{g_e} \quad (10)$$

Con:

- **E_{max}**: excitación máxima.
- **RTE_n**: excitación umbral de reclutamiento de la unidad motora de mayor índice.

- **PFR_n**: pico de tasa de disparo de la unidad motora de mayor índice.
- **MFR**: a pesar de que en esta fórmula de Fuglevand la MFR sea común para todas las unidades motoras, cabe recordar que en nuestro caso es distinta; por lo que la MFR que aquí empleamos será la mínima tasa de disparo de la unidad motora de mayor índice.
- **g_e**: ganancia de la relación excitación – tasa de disparo. Es la misma para todas las motoneuronas.

Observando dicha igualdad, se puede apreciar el acierto de Fuglevand al tratar la excitación máxima, ya que podríamos definirla a partir de dicha expresión como: excitación necesaria para llevar a la última unidad motora en ser reclutada desde su tasa mínima de disparo a partir del momento en el que es reclutada, hasta su tasa pico de disparo; y realmente, concuerda con lo visto teóricamente sobre la excitación máxima en la fórmula (10).

Como ya estudiamos en el apartado dedicado al modelo de fuerza, la obtención de la fuerza total del músculo se obtendrá de manera secuencial a partir de los twitches de las unidades motoras reclutadas. El primer paso, por tanto, será definir las funciones gracias a las cuales obtenemos los picos de fuerza de contracción y tiempos de contracción de los twitches. La función creada por Fuglevand para el cálculo del pico de fuerza de contracción de la unidad motora de índice *i*, tiene como parámetros de entrada dicho índice y el **rango de picos de fuerzas de contracción (RP, indica el máximo valor de pico de fuerza de contracción para las motoneuronas del motoneuron pool)**:

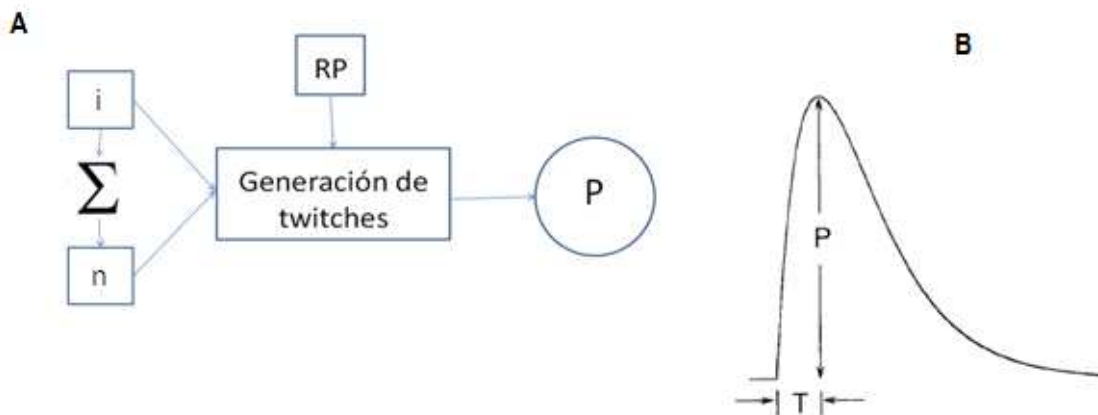


FIG. 18. A: Esquema del cálculo de los picos de fuerza de contracción. B: Ejemplo de contracción. Siendo P el pico de fuerza de contracción, y T el tiempo de contracción.

Donde:

- **P**: es el pico de la fuerza de contracción.
- **T**: es el tiempo de contracción. Tiempo en el que se alcanza P.

Además, la fórmula que gobierna P que ha creado Fuglevand es de la forma:

$$P(i) = e^{b \cdot i} \quad (11)$$

Con:

- **i**: índice de motoneurona.

- $b = \ln(RP)/n$; RP es el rango de los picos de las fuerzas de contracción y n es el número de unidades motoras.

De donde se deduce que a mayor índice de la motoneurona, mayor pico de la fuerza de contracción. Si recordamos, también la excitación umbral de reclutamiento aumenta con el índice; por tanto, las expresiones formuladas por Fuglevand concuerdan con la teoría vista, en cuanto a que tal y como se ha dicho, primero se reclutan las unidades motoras con menor pico de fuerza de contracción. Sin embargo, teniendo en cuenta que queremos tener un comportamiento de nuestro modelo lo más cercano a la realidad, introduciremos cierto componente aleatorio a la obtención de los picos de las fuerzas de contracción, y el cual explicaremos a continuación. Sea cual sea el músculo que estudiemos, estará compuesto de unidades motoras cuyo número de fibras musculares no tiene porqué tener relación con el índice de la unidad motora, lo que supone que a la hora de modelarlo, podemos hacerlo empleando una distribución exponencial de fibras musculares. El motivo por el que emplearemos una distribución exponencial, es para intentar aproximarnos a la función que Fuglevand emplea para el cálculo de los P, y que hemos visto en la fórmula (11). Nosotros, sin embargo, obtendremos los valores de P a partir del número de fibras musculares de cada unidad motora, usando otra fórmula de Fuglevand:

$$nf_i = (nf_{total} / P_{total}) \cdot P_i \quad (12)$$

Con:

- nf_i : número de fibras de la unidad motora i
- nf_{total} : número de fibras de todas las unidades motoras (del músculo)
- P_i : pico de fuerza de contracción de la unidad motora i
- P_{total} : sumatorio de picos de fuerza de contracción de todas las unidades motoras

Que equivale a calcular los P_i empleando como parámetros de entrada nf_i y la relación P_{total}/nf_{total} ; en concreto, primero calcularemos el P_{total} gracias a los datos correspondientes al mayor número de fibras que contiene una unidad motora (nf_{max_i}), el número total de fibras del músculo (nf_{total}) y el rango de picos de fuerza de contracción (RP, que coincide con el pico de fuerza de contracción de la unidad motora de mayor índice); como segundo paso emplearemos el P_{total} recién calculado, el número de fibras de cada unidad motora y el número total de fibras del músculo (nf_{total}), para calcular los picos de fuerza de contracción de las unidades motoras:

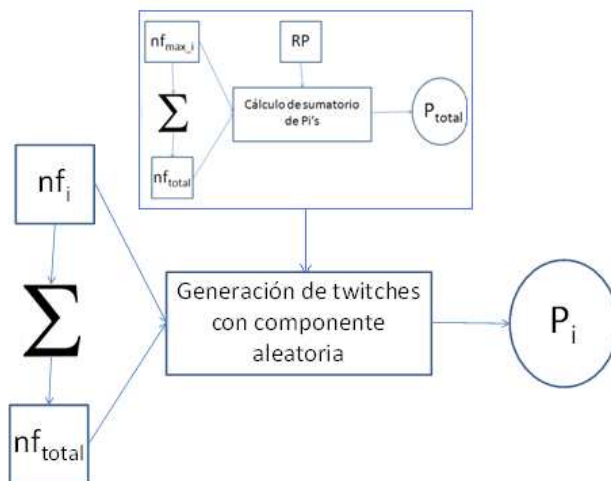


FIG. 19. Esquema del cálculo de los picos de fuerza de contracción con componente aleatoria.

Siendo constantes nf_{total} y P_{total} , vemos como existe una relación constante y directa entre nf_i y P_i , de manera que determinando uno de dichos parámetros, queda definido el otro. Por último, veamos una comparativa gráfica entre los valores de P obtenidos mediante las fórmulas (11) y (12). Tendremos:

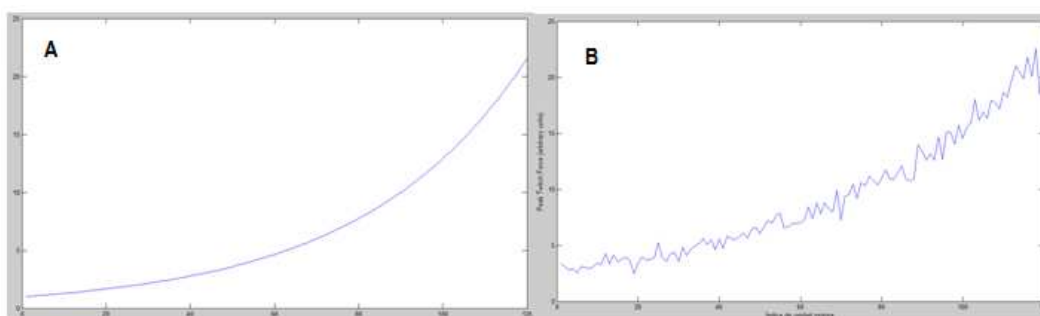


FIG. 20. Las abscisas corresponden a los índices de las unidades motoras, las ordenadas toman los valores de los picos de fuerza de contracción (P_i). A: Picos de fuerza de contracción obtenidos mediante la fórmula (11). B: Picos de fuerza de contracción con componente aleatoria, obtenidos mediante la fórmula (12).

Asimismo, es de esperar que, tal y como ya se ha observado en la Figura 5, a mayor índice de la motoneurona, menor tiempo de contracción. Fuglevand crea, para el cálculo de los tiempos de contracción, una función que tiene como parámetros de entrada el rango de tiempos de contracción, el rango de picos de fuerza de contracción, los P_i y T_L (**máxima duración de contracción para una unidad motora del músculo estudiado**):

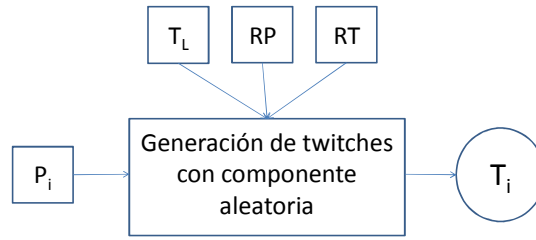


FIG. 21. Esquema del cálculo de los tiempos de contracción con componente aleatoria, de los twitches.

Y se expresa de la siguiente manera:

$$T(i) = T_L \cdot \left(\frac{1}{P_i} \right)^{1/c} \quad (13)$$

Con:

- T_L : máxima duración de contracción para una unidad motora.
- P_i : pico de fuerza de contracción de la unidad motora i .
- $c = \log_{RT}(RP)$; RT es el **rango de tiempos de contracción**, y RP es el rango de picos de fuerza de contracción.

De modo que también se cumple lo visto para el tiempo de contracción, (por su relación inversa con P). En los tiempos de contracción se reflejará también la aleatoriedad que se introduce en los picos de fuerza de contracción:

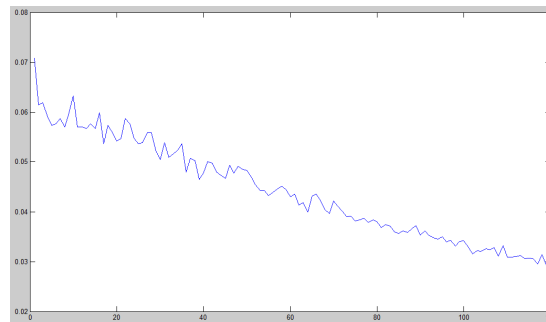


FIG. 22. Representación de los tiempos de contracción con componente aleatoria de los twitches de las unidades motoras reclutadas.

Como ya sabemos, se ha definido un P_i y un T_i para cada unidad motora; además, la tasa de disparo necesaria para producir fusión de twitches, (fuerza tetánica), es distinta para cada unidad motora, por lo que cada vez que se dé una descarga de una motoneurona, el twitch resultante de la misma sufrirá una variación relacionada con la capacidad de la unidad motora para producir fusión de twitches. Por tanto, según Fuglevand, tenemos que las respuestas

impulsionales de cada unidad motora, (twitch), en sus instantes de disparo se obtienen a partir de la ganancia g_{ij} , el T_i y P_i de dicha unidad motora; así como del tiempo:

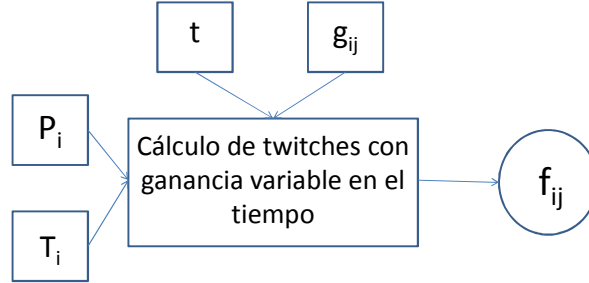


FIG. 23. Esquema del cálculo de las respuestas impulsionales de las unidades motoras para sus instantes de disparo

Y se expresa como:

$$f_{ij}(t) = g_{ij} \cdot \frac{P_i \cdot t}{T_i} \cdot e^{1-(t/T_i)} \quad (14)$$

Con:

- f_{ij} : respuesta impulsional de unidad motora i en su instante de disparo número j .
- t : tiempo.
- T_i : duración de la contracción de la unidad motora i .
- g_{ij} : ganancia que modela el comportamiento no lineal de la fuerza, viene expresada por:

$$g_{ij} = \frac{S(T_i/ISI_j)}{T_i/ISI_j} \quad T_i/ISI_j > 0.4$$

$$g_{ij} = 1 \quad (0 < T_i/ISI_j \leq 0.4) \quad (15)$$

Para cada unidad motora y cada instante de disparo.

$$S(T_i/ISI) = 1 - e^{-2(T_i/ISI)^3} \quad (16)$$

Con ISI_j siendo la diferencia entre el instante de disparo $j+1$ -ésimo y el j -ésimo. Este comportamiento no lineal de la fuerza al que se refiere, es el que se produce debido a que las respuestas impulsionales de las unidades motoras con contracciones de mayor duración, se suman formando una fusión tetánica a menores tasas de disparo que las de las unidades motoras de contracciones cortas.

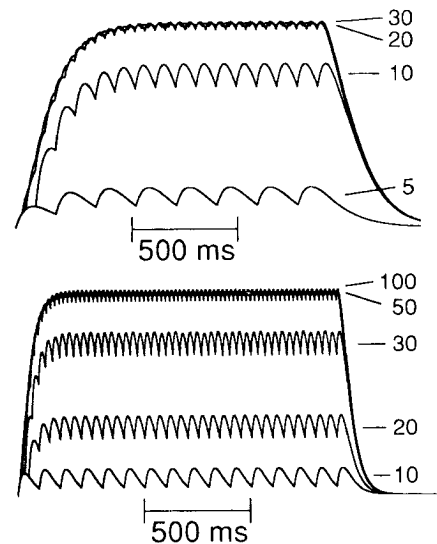


FIG. 24. Ejemplos de fusiones de contracciones para dos unidades motoras distintas a varias frecuencias.

En el gráfico superior de la Fig. 24, vemos las sumas de las respuestas impulsionales de la unidad motora para 5, 10, 20 y 30 impulsos por segundo; mientras que para la otra unidad motora las tasas son de 10, 20, 30, 50 y 100 impulsos por segundo.

El siguiente paso es calcular la **fuerza total de cada motoneurona (F_i)** a lo largo del tiempo que dura la excitación, bastará con realizar un sumatorio de las respuestas impulsionales para los instantes de descarga de la unidad motora en cuestión. La función necesaria para implementar la fuerza total ejercida por cada unidad motora tendrá como parámetros de entrada los twitches de ganancia variable de la unidad motora en cuestión, sus instantes de disparo y el tiempo:

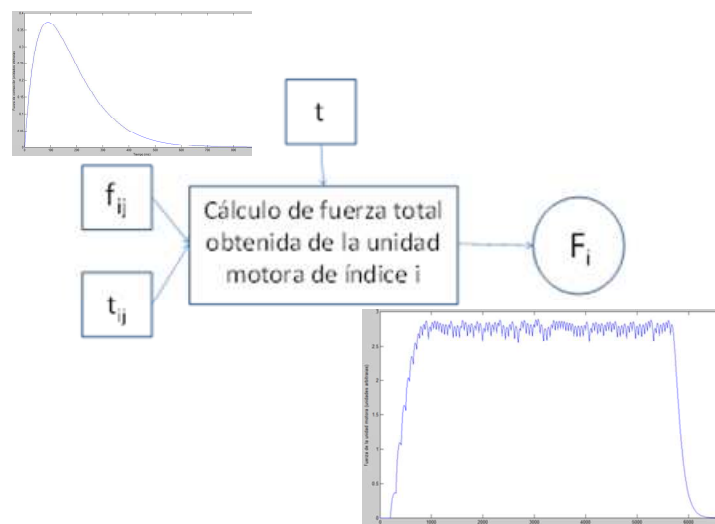


FIG. 25. Esquema del cálculo de las fuerzas de las unidades motoras, F_i .

Fuglevand lo formula como:

$$F_i(t) = \sum_{j=1}^k f_{ij}(t - t_{ij}) \quad t - t_{ij} \geq 0 \quad (17)$$

Con:

- F_i : fuerza total de la unidad motora i a lo largo del tiempo.
- t_{ij} : instante de disparo número j de la unidad motora i.
- k : número total de disparos de la unidad motora i.

Finalmente, la fuerza total del músculo se obtiene como el sumatorio de las aportaciones de fuerza individuales de las unidades motoras:

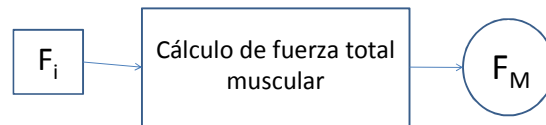


FIG. 26. Esquema del cálculo de la fuerza muscular, F_m .

Que equivale a calcular:

$$F_M(t) = \sum_{i=1}^n F_i(t) \quad (18)$$

Con:

- F_M : fuerza total del músculo.
- i : índice de unidad motora, va desde 1 hasta n, siendo n el número total de unidades motoras.

Como se puede observar, todo el proceso descrito tanto como para el reclutamiento como para la fuerza, Fuglevand lo trata desde el punto de vista de la motoneurona y no de la fibra muscular; es decir, asume que las funciones que él ha creado ya recogen las posibles heterogeneidades que puedan existir entre las fibras pertenecientes a cada una de las unidades motoras.

Resumiendo, hasta ahora hemos visto, (en amarillo se destacan los parámetros fundamentales calculados):

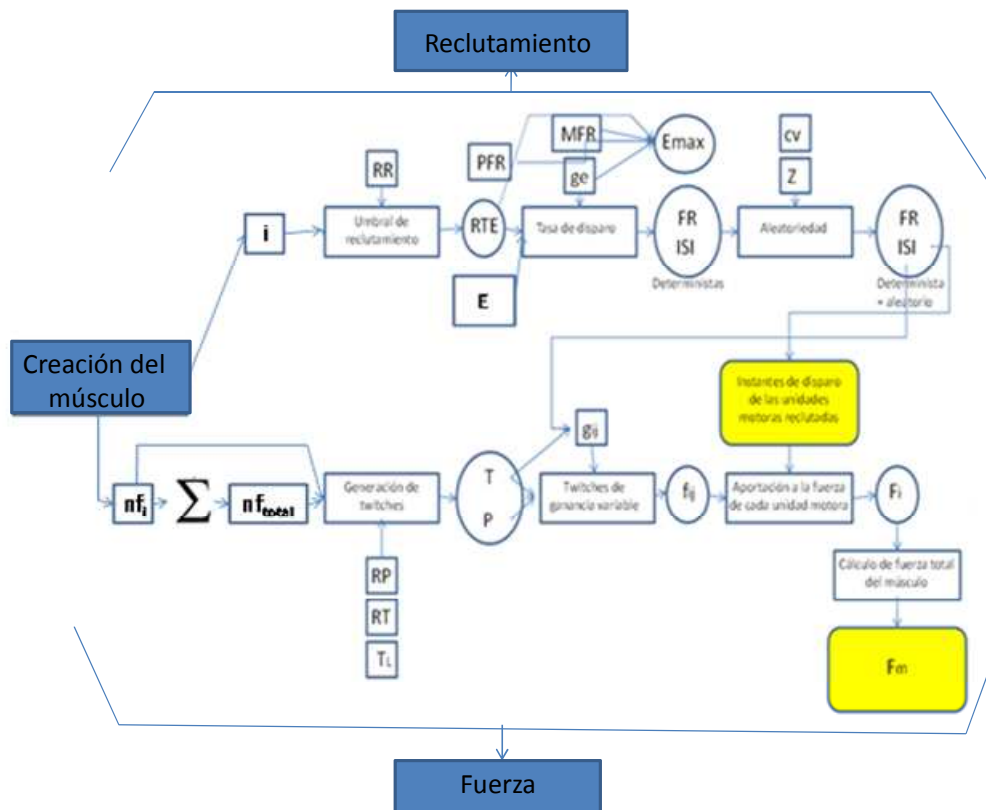


FIG. 27. Esquema resumen del cálculo de los parámetros presentados en el artículo empleado de Fuglevand.

Moritz

El artículo de Moritz nos ayudará a depurar aspectos del de Fuglevand que se consideran no del todo bien modelados.

El primer aspecto a mejorar será el referente al rango de reclutamiento, el cual va a ser tal que cuando la excitación empleada corresponda con una función escalón de valor máximo igual al umbral de reclutamiento de la última unidad motora, la fuerza total del músculo que se obtenga será el 60% de la máxima fuerza que se puede obtener, (que corresponde con la fuerza debida a la excitación máxima). El motivo del uso de esta implementación es que nos sirve de referencia a la hora de saber qué rango de valores se pueden emplear para el rango de reclutamiento, así como el efecto que debe de tener en la fuerza total del músculo. Si además seguimos aumentando la excitación, las unidades motoras irán alcanzando su tasa pico de disparo, hasta que se llegue a un valor de excitación igual a la excitación máxima, de modo que aunque sigamos aumentando la excitación las unidades motoras no descargarán impulsos con mayor frecuencia, y la fuerza de músculo obtenida no será superior a la obtenida para la excitación máxima.

Un apartado en el que no se centró Fuglevand fue la singularidad de las unidades motoras en cuanto a mínima tasa de disparo, ya que consideraba que tomaba el mismo valor para todas ellas. Sin embargo, Moritz sí incluye este cambio y nos da idea de en torno a qué valores deben

situarse, así pues, tendremos que a mayor índice de la unidad motora, mayor tasa mínima de disparo. Yendo desde 7.6 impulsos por segundo para la primera unidad motora, hasta 17.9 impulsos por segundo para la unidad motora de mayor índice, (usando en este caso 180 unidades motoras). Para el caso de 120 unidades motoras, consideramos la mínima tasa de disparo de la última unidad motora igual a 14.44 impulsos por segundo. Asimismo, los valores que asignaba Fuglevand a los picos de tasa de disparo de las unidades motoras se consideraron poco reales a la hora de implementar este proyecto, en concreto, que tomaban valores por encima de lo esperado. Además, Fuglevand modeló que cuanto más tarde se reclutaba una unidad motora, menor pico de tasa de disparo alcanzaba; en este proyecto consideraremos, sin embargo, que ocurre lo contrario, siguiendo el modelo de Moritz, nuestra implementación del reclutamiento de unidades motoras provocará que cuanto más tarde se reclute una unidad motora, mayor pico de tasa de disparo tenga. En este caso los valores van aumentando con el orden de reclutamiento, desde 17.6 impulsos por segundo para la primera unidad motora, hasta alcanzar un valor final de 34.8 impulsos por segundo en el caso de la última unidad motora, (usando 180 unidades motoras). Para el caso de 120 unidades motoras, consideramos el pico de tasa de disparo de la última unidad motora igual a 29.02 impulsos por segundo.

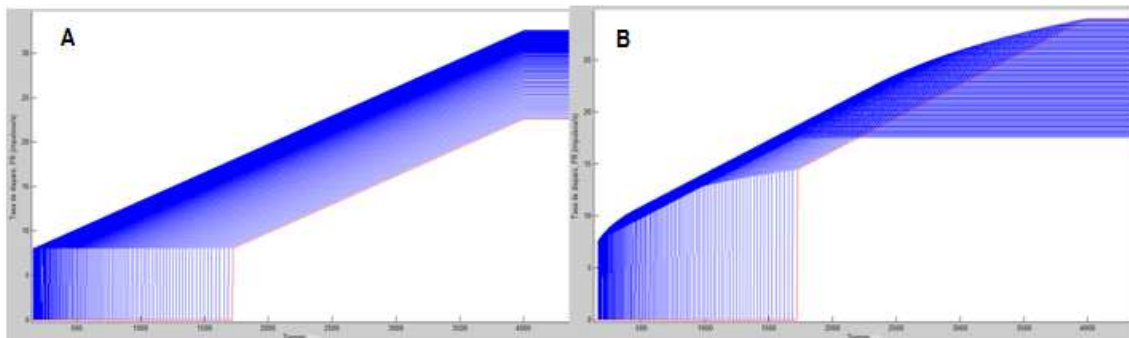


FIG. 28. En las abscisas se representa el tiempo (ms) y en las ordenadas las tasas de disparo de las unidades motoras reclutadas (en impulsos/segundo, para realizar un estudio completo, se ha empleado una excitación que ha permitido reclutar todas las unidades motoras). La línea roja representa las tasas de disparo de la última unidad motora en ser reclutada; se ha representado con otro color para que el lector pueda discernir a qué unidades motoras corresponden las líneas, de esta manera, se deduce que a mayor índice de la unidad motora, y por tanto, cuanto más cueste en ser reclutada, más a la derecha se sitúa su representación de la tasa de disparo. A: tasas de disparo de las unidades motoras reclutadas, habiendo usado las indicaciones de Fuglevand acerca de las tasas de disparo. B: tasas de disparo de las unidades motoras reclutadas, habiendo usado las indicaciones de Moritz acerca de las tasas de disparo. Serán las tasas que empleemos en nuestro modelo.

Como ya se ha visto a la hora de introducir aleatoriedad en los ISI, un parámetro que la determina es el coeficiente de variación, cv. Fuglevand le daba un valor constante, sin embargo, Moritz decide que sea variable y que dependa exponencialmente de la fuerza de músculo que en cada instante se esté generando. Así pues, se tiene:

$$CV_{ISI} = 10 + 20e^{(-\Delta Force/2.5)} \text{ (En porcentaje)} \quad (19)$$

Siendo:

- **CV_{ISI}**: coeficiente de variación de la diferencia entre instantes de disparo consecutivos.

- **$\Delta Force$:** incremento de la fuerza total del músculo respecto de la fuerza obtenida para una excitación del músculo igual al umbral de reclutamiento de la unidad motora para la que se está calculando el coeficiente de variación.

Por último, haremos un resumen de los parámetros vistos en este apartado 3.1, y de sus características principales:

Nombre del parámetro	Depende de	Comentarios	Ecuación
RTE_i	i, RR	Indica el momento en que se recluta la unidad motora de índice i .	5
FR_i determinista	g_e, E, RTE_i, MFR	Indica la tasa de disparo de la unidad motora de índice i a lo largo del tiempo.	6
ISI_{ij-1} determinista	g_e, E, RTE_i, MFR	<ul style="list-style-type: none"> Indica la distancia temporal entre los instantes de disparo j y $j-1$ de la unidad motora de índice i. Se puede calcular como la inversa de FR_i determinista. 	Se calcula haciendo la inversa de (6) ó (7)
ISI_{ij-1} con componente aleatoria	ISI_{ij-1} determinista, cv, Z	<ul style="list-style-type: none"> Indica la distancia temporal entre los instantes de disparo j y $j-1$ de la unidad motora de índice i, incluyendo aleatoriedad para simular la naturaleza estocástica de las descargas de la motoneurona Podemos calcular el FR_i con componente aleatoria, haciendo la inversa del ISI_{ij-1} con componente aleatoria 	8
E_{max}	RTE_n, PFR_n, MFR, g_e	Indica el valor de excitación para el cual la última unidad motora que se recluta alcanza su pico de tasa de disparo	10
P de Fuglevand	i, RP, n	Valores de los picos de fuerza de contracción de las unidades motoras del músculo, son crecientes con el índice de cada unidad motora	11

P con comportamiento aleatorio	$nf_i, nf_{total}, P_{total}$	<ul style="list-style-type: none"> • Valores de los picos de fuerza de contracción de las unidades motoras del músculo. • En media siguen la forma exponencial de los P de Fuglevand, pero tienen una componente aleatoria debida a la dependencia con el número de fibras de cada unidad motora. 	Se obtiene a partir de (12)
T con comportamiento aleatorio	T_L, P con comportamiento aleatorio, RP, RT	<ul style="list-style-type: none"> • Valores de los tiempos de contracción de las unidades motoras del músculo. • Decimos que tienen componente aleatoria porque son dependientes de P, y vamos a trabajar con los P de comportamiento aleatorio. 	13
g_{ij}	T_i, ISI_{ij}	Indica la ganancia que modela el comportamiento no lineal de la fuerza obtenida de la unidad motora de índice i, en la descarga j	15
f_{ij}	g_{ij}, P, T, t	Respuesta impulsional de unidad motora i en su instante de disparo número j	14
F_i	f_{ij}, t_{ij}, t	Fuerza total obtenida de la motoneurona de índice i a lo largo del tiempo	17
F_M	F_i	Fuerza total del músculo (a lo largo del tiempo de simulación)	18
CV_{ISI}	$\Delta Force$	Coeficiente de variación de un ISI de una unidad motora	19

3.2. Excitación

La excitación es un factor importante dentro del proceso de reclutamiento de unidades motoras. Ayuda a modelar el nivel de contracción voluntaria, para ello se especificará el porcentaje de excitación máxima necesaria. Gracias a la excitación se podrán determinar qué unidades motoras se reclutan y qué tasa de disparo presentan en cada instante de tiempo, y como consecuencia, qué fuerza de músculo se obtiene.

El bloque en el que se obtiene la señal de excitación, es el llamado *excitation*. Es necesario ejecutar la siguiente función:

```
function [E,tmax,pfr,Emax]=excitation(rte,f,p,c,t2,t3)
```

Teniendo que introducir obligatoriamente:

- **rte**: excitación umbral de reclutamiento de las unidades motoras.

Los siguientes parámetros se pueden introducir manualmente, y en caso de no hacerlo, el programa les asignará unos valores por defecto:

- **f**: clase de función de excitación a elegir, se deberá especificar como:
 - 'exp': si se desea que sea exponencial.
 - 'ramp': rampa.
 - 'esc': escalón.Por defecto, será una función exponencial.
- **p**: porcentaje de excitación máxima que se desea alcanzar. Por defecto será del 100 %.
- **c**: caracteriza el crecimiento de la función en la primera zona. En el caso de la excitación tipo exponencial, se refiere al coeficiente de crecimiento de la función. Si trabajamos con una excitación tipo rampa, entonces **c** es la pendiente de dicha función. Por último, en caso de trabajar con un escalón, **c** simplemente determinará la duración de la primera zona que, en este caso, corresponde a una excitación nula.
- **t2**: es la duración en segundos de la segunda zona. Su valor por defecto es de 0 segundos en los casos de excitación exponencial o rampa, mientras que para el caso escalón su valor es de 4 segundos.
- **t3**: es la duración en segundos de la tercera zona. Su valor por defecto es de 0 segundos para cualquiera de los tres tipos de excitación.

Finalmente, los parámetros de salida son:

- **E**: función excitación obtenida como resultado de los parámetros de entrada. Sus unidades son arbitrarias.
- **tmax**: duración en segundos de la excitación originada.
- **pfr**: matriz tal que cada una de sus filas contiene los picos de las tasas de disparo de las unidades motoras que constituyen el músculo bajo estudio. Estos valores se dan en unidades de impulsos/segundo.
- **Emax**: valor de excitación para el cual la unidad motora de mayor índice alcanza su pico de tasa de disparo. Sus unidades son arbitrarias.

Además, se han implementado tres clases de excitación, a saber, exponencial, rampa y escalón. Para toda clase de excitación se podrá elegir que conste, o no, de hasta tres zonas bien diferenciadas. La primera zona corresponde a un intervalo de aumento de la excitación, la segunda a un mantenimiento de un nivel determinado de excitación, y la última a un decrecimiento de la excitación.

A continuación se muestran gráficas correspondientes a cada una de las posibles formas de excitaciones a emplear, (la excitación nula se puede conseguir poniendo **p** a 0):

Excitaciones exponenciales

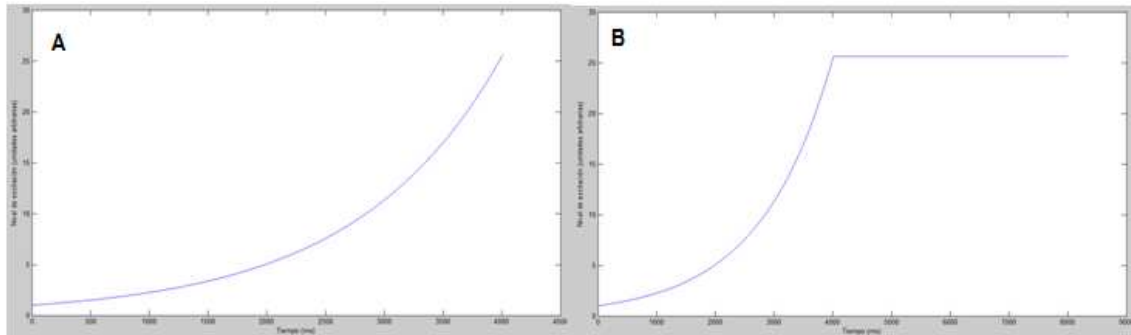


FIG. 29. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. A: Ejemplo de excitación exponencial con sólo la primera zona: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100)$. B: Ejemplo de excitación exponencial con las dos primeras zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,4)$.

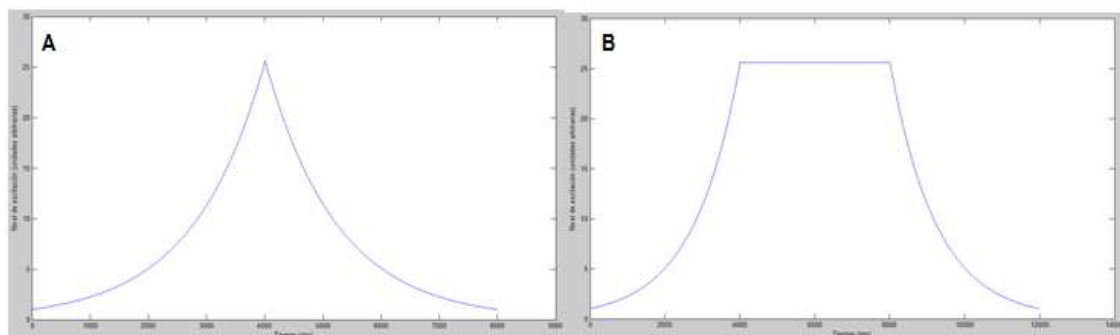


FIG. 30. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. A: Ejemplo de excitación exponencial con primera y tercera zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,0,4)$. B: Ejemplo de excitación exponencial con las tres zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,4,4)$.

Excitaciones rampa

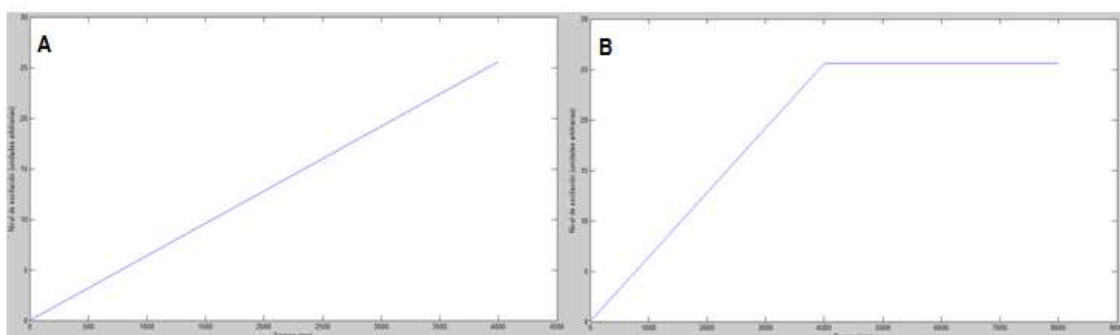


FIG. 31. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. A: Ejemplo de excitación rampa con sólo la primera zona: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100)$. B: Ejemplo de excitación rampa con las dos primeras zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 4)$.

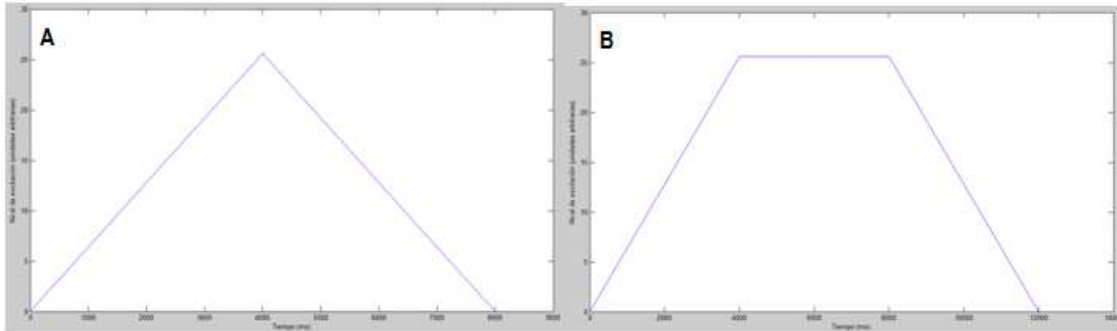


FIG. 32. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. A: Ejemplo de excitación rampa con la primera y tercera zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 0, 4)$. B: Ejemplo de excitación rampa con las tres zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 4, 4)$.

Excitaciones escalón

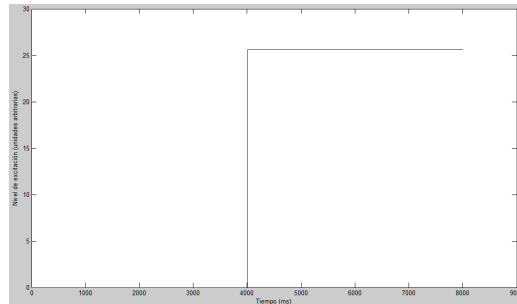


FIG. 33. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. Ejemplo de excitación escalón: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'esc', 100)$.

Cualquiera de estas formas de funciones de excitación vistas será la que se pueda obtener del resultado de estimar la excitación empleada a partir de la fuerza de músculo obtenida, tal y como se describe en el apartado 4.5 de esta memoria. Señalar también que dentro de este bloque se emplea la función de la excitación umbral de reclutamiento, la cual hemos visto en la fórmula (5). Dicha expresión significa que RTE tendrá la forma que ya vimos en la Figura 14:

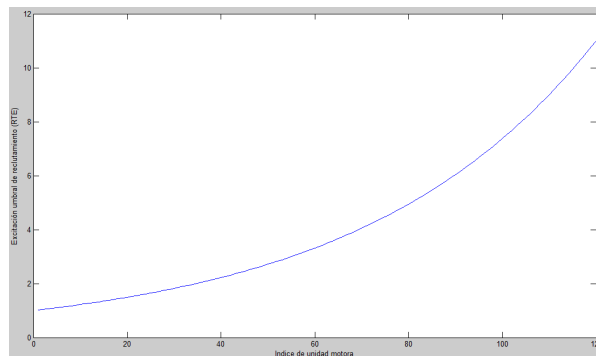


FIG. 34. Función RTE. Excitaciones umbral de reclutamiento de las unidades motoras del músculo, crecientes con el índice de las motoneuronas.

Para crearla, se usará una función programada para el proyecto llamada *RTE*; y la cual será ejecutada antes de ejecutar el bloque de la excitación.

```
function rte=RTE(i,RR)
```

Sus parámetros de entrada, los cuales son obligatorios, son los siguientes:

- **i**: índices de las unidades motoras que conforman el músculo bajo estudio.
- **RR**: rango de reclutamiento de las unidades motoras.

Como salida obtendremos:

- **rte**: conjunto de excitaciones umbral de reclutamiento de las unidades motoras.

Por otro lado, dentro de este bloque de excitación también trabajamos con conceptos relacionados con las tasas de disparo de las motoneuronas, tales como las tasas pico de disparo y las tasas mínimas de disparo; así pues, como se señaló en el punto de Moritz dentro del apartado 3.2, se emplearán tasas mínimas de disparo y tasas pico de disparo distintas para cada una de las unidades motoras; en concreto, las implementaremos de manera que representen funciones que aumenten linealmente con el índice de las unidades motoras. Si nos detenemos ahora a ver valores concretos, la pendiente de la función tasa mínima de disparo (MFR) es de 0,0575 y tiene una constante de 7,5425; mientras que la pendiente de la tasa pico de disparo (PFR) es de 0,096 y la constante es 17,504. Si quisiéremos cambiar alguno de estos parámetros, sería necesario hacerlo desde el código de las funciones *excitation*, *FRn*, *discham* y *recruitment*, que se detallan en el anexo de este proyecto.

Otro aspecto a tratar es el de los valores por defecto del parámetro de entrada, (a la función *excitation*), **c**. Su valor por defecto depende de la clase de excitación elegida. Así pues, si trabajamos con exponencial o escalón, el valor de **c** será de $\ln(E_{\max})/4$; este valor se ha elegido porque en el caso de que sea exponencial, se consigue que aproximadamente a los 4 segundos de iniciarse la excitación, se alcance, si así se ha especificado, el 100 % de la excitación máxima. El motivo por el cual se ha mantenido dicho valor de **c** para la excitación escalón, es simplemente por facilitar la comprensión del código; ya que, como la primera zona para una excitación de este tipo va a ser siempre de excitación nula, da igual el valor que tome **c**, ya que simplemente limitará el tiempo en el cual empiece el escalón, (en la segunda zona); por lo que manteniendo dicho valor se evita el tratar de entender el empleo de un **c** distinto por cada clase de excitación. Por otro lado, el valor por defecto de **c** en el caso que empleemos una excitación tipo rampa, será de $\text{Excitación máxima}/4$; de manera que también se alcance, (al igual que en el caso exponencial), un valor de excitación igual a excitación máxima, a los 4 segundos del comienzo.

En relación al parámetro de salida del bloque *excitation*, **pfr**, (el cual indica los valores de los picos de las tasas de disparo de las unidades motoras del músculo), he de decir que el motivo por el que se obtiene una matriz en vez de una sola fila, es por mejorar la eficiencia del código

a la hora de usar **pfr** en la función que calcula los instantes de disparo de las unidades motoras; dicha función, llamada *discham*, pertenece al bloque de reclutamiento de unidades motoras: *recruitment*, el cual será explicado más adelante.

Por último, indicar que aunque haya ciertas excitaciones de las creadas que no sean empleadas en la práctica en la vida real, vienen bien a modo de tutorial para saber apreciar los efectos del nivel y forma de la excitación sobre el comportamiento de las unidades motoras en cuanto a tasa de disparo se refiere. El tipo de excitación más empleada y que más se asemeja a las utilizadas en los estudios reales, es la de rampa con primera y segunda zona; de manera que se recluten de manera progresiva las unidades motoras hasta alcanzar un nivel deseado de excitación, en el cual se mantiene durante el intervalo de segundos considerado para realizar el estudio del reclutamiento de unidades motoras. Dicho de otra manera, la zona primera correspondiente al crecimiento con forma de rampa, equivaldría al transitorio de la excitación empleada, la cual alcanzaría el estado estacionario en el momento en el que se alcanza la zona segunda o de mantenimiento del nivel de excitación.

3.3. Reclutamiento

En esta sección se estudiará el bloque correspondiente al reclutamiento de unidades motoras. Además, como se deduce del título del proyecto, es la parte principal del mismo, ya que lo que se desarrolla determinará si se ha implementado de manera correcta la teoría vista en los artículos de Fuglevand y Moritz; y por tanto, si nuestro modelo es válido para el estudio del reclutamiento de unidades motoras. La función programada para ello se llama *recruitment*.

```
function tds=recruitment(rte,RP,RT,FMinUM,E)
```

Hay que introducir obligatoriamente los siguientes parámetros:

- **rte**: excitación umbral de reclutamiento de las unidades motoras.
- **RP**: rango de los picos de las fuerzas de contracción.
- **RT**: rango de tiempos de contracción.
- **FMinUM**: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las que pertenecen las fibras musculares del músculo.

El siguiente se puede introducir manualmente, pero en caso de no hacerlo, el programa le asigna un valor por defecto:

- **E**: función de excitación empleada. El valor por defecto que toma corresponde a una excitación:

```
E=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,4);
```

La elección de la excitación por defecto ha sido de una tipo rampa con primera y segunda zona, ya que es la que más se aproxima a las que se dan en la vida real.

Por otra parte, como parámetro de salida tenemos:

- **tds**: instantes de disparo en segundos de las unidades motoras reclutadas.

Dentro de este bloque se emplean otras funciones creadas que permiten obtener gráficas, si se desea, de las tasas de disparo de las unidades motoras, pero, sólo se puede representar de una unidad motora para cada gráfica; el motivo por el que se haya creado así es para no tener gráficas confusas, poco claras, que no permitan distinguir al fin y al cabo las tasas de disparo.

Dos ejemplos de las gráficas que obtenemos son:

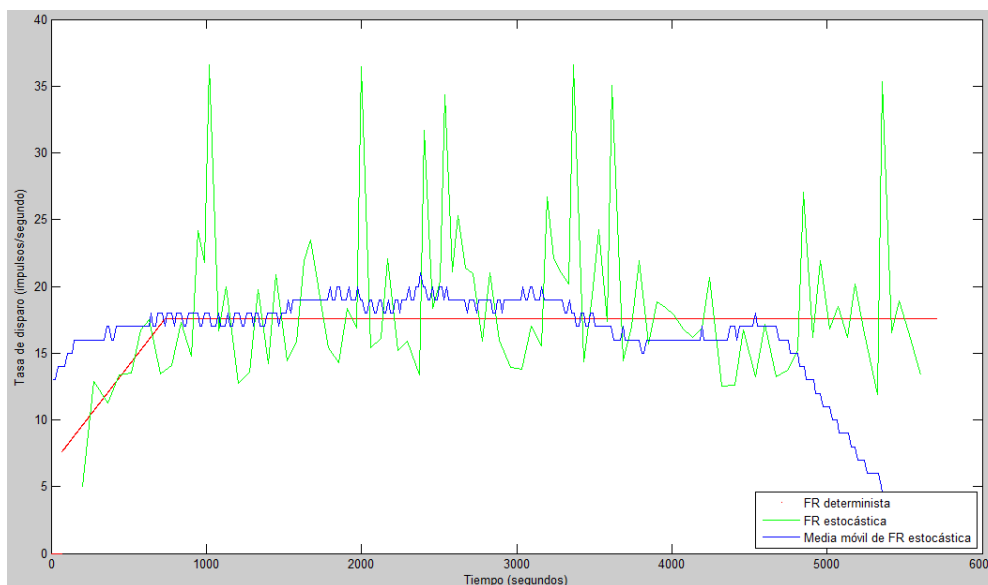


FIG. 35. Gráficas de tasas de disparo determinista (rojo), con comportamiento estocástico (verde), y media móvil de tasa de disparo con comportamiento estocástico (azul), para la primera unidad motora reclutada.

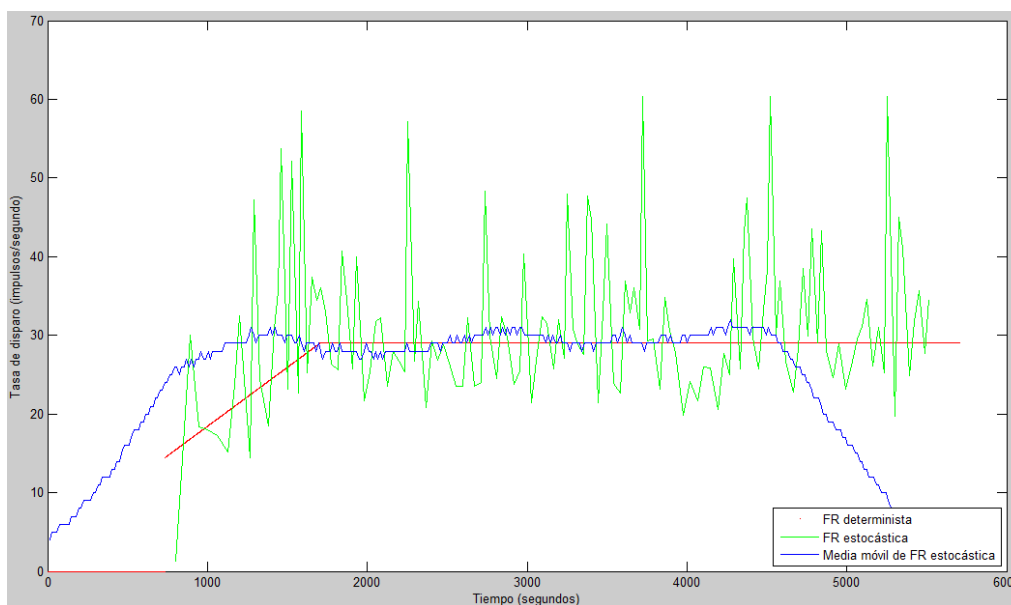


FIG. 36. Gráficas de tasas de disparo determinista (rojo), con comportamiento estocástico (verde), y media móvil de tasa de disparo con comportamiento estocástico (azul), para la última unidad motora reclutada.

En las Figuras 35 y 36 tenemos, por un lado, la tasa de disparo, FR, determinista, que se ha calculado a partir de la fórmula (6). La tasa de disparo aleatoria o estocástica, como se puede observar, presenta picos significativos los cuales son debidos al coeficiente de variación, (**cv**), y valor de **Z** que provienen de calcular la inversa de la fórmula (8). Por último, la media móvil de la tasa de disparo estocástica se implementa creando una ventana móvil, de manera que se van contando en el intervalo correspondiente a cada ventana, el número de disparos que contiene. El tamaño de ventana con el que se está trabajando es de 1 segundo, con un intervalo entre ventanas consecutivas de 15 milisegundos. Para variar estos valores, hay que modificar el parámetro **wt**, (para cambiar el tamaño de ventana); y el **tpass**, (para cambiar el intervalo entre ventanas consecutivas); que aparecen en la función *discharn*.

Además, hay que decir que una de las funciones que se emplean en este bloque es la llamada *ajusteInicial*, la cual proporciona coeficientes de regresión de la fuerza total del músculo en función de la excitación empleada; y a partir de dichos coeficientes de regresión se pueden obtener coeficientes de variación de los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas; todo el procedimiento que conlleva el cálculo de dichos coeficientes de variación se explica más adelante en el sexto apartado del proyecto, el apéndice, dentro de la parte dedicada a la función *ajusteInicial*. Pues bien, si alguno de los coeficientes de regresión es distinto de cero, entonces aparecerán gráficas de los coeficientes de variación de las unidades motoras de índice 10, 80 y 120, (siempre y cuando se hayan reclutado por lo menos 10 unidades motoras). Como por ejemplo:

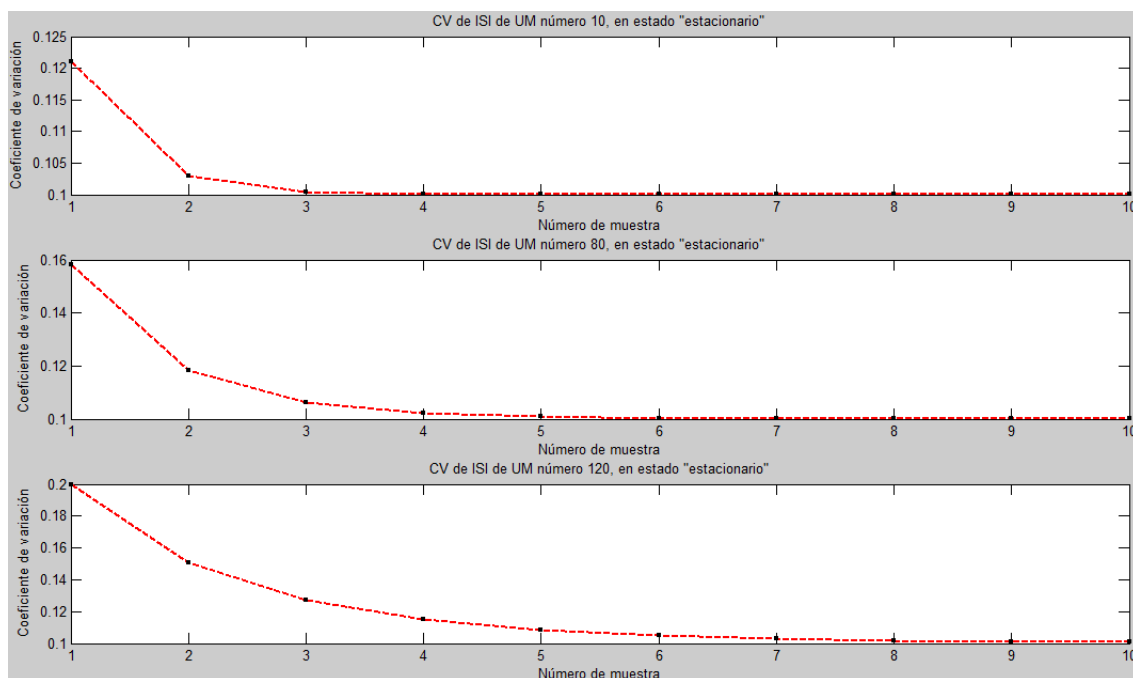


FIG. 37. Coeficientes de variación de los ISIs de las unidades motoras de índices 10, 80 y 120, respectivamente.

Los resultados mostrados en la Figura 37 concuerdan con la fórmula (19) propuesta por Moritz; ya que como se puede apreciar, dichos coeficientes de variación tienen un comportamiento exponencial.

3.4. Fuerza

Aquí nos va a interesar obtener la fuerza total del músculo, de manera que caractericemos la respuesta mecánica del modelo que hemos desarrollado. Este es un parámetro que no se mide en la realidad, ya que gracias a los electrodos se medirá la señal electromiográfica.

Presentamos la función con el que lo simularemos:

```
function Fm=force(tds,RP,RT,FMinUM)
```

Sus parámetros de entrada son:

- **tds**: instantes de disparo en segundos de las unidades motoras reclutadas.
- **RP**: rango de picos de las fuerzas de contracción.
- **RT**: rango de tiempos de contracción.
- **FMinUM**: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las que pertenecen las fibras musculares del músculo.

Y la salida es:

- **F_m**: fuerza total del músculo.

Además, obtenemos una gráfica de dicha fuerza:

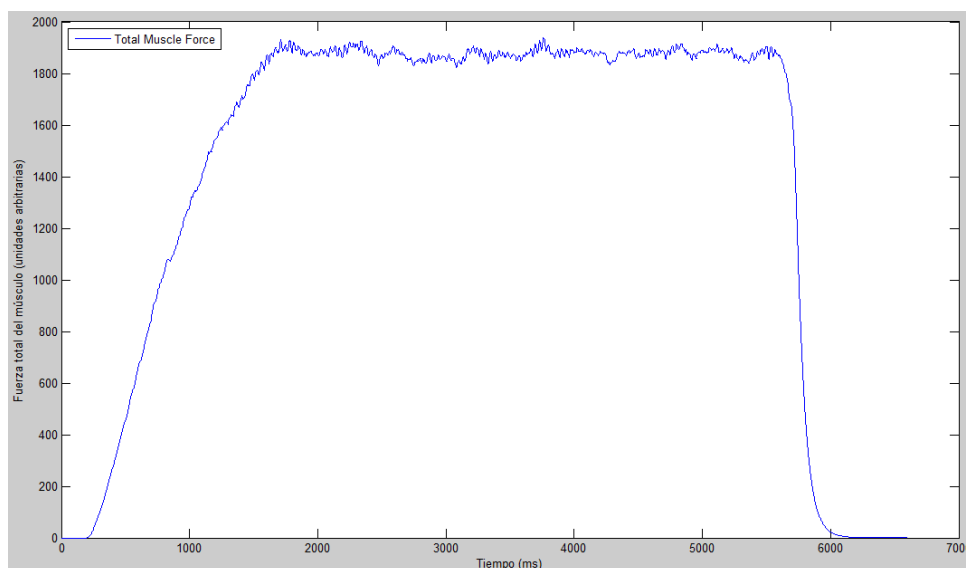


FIG. 38. Ejemplo de fuerza muscular a lo largo del tiempo de reclutamiento de unidades motoras.

Antes de mostrar la siguiente gráfica que nos devuelve el programa, hay que dejar claro cuál es el término teórico que representa. Como ya se ha explicado en la parte correspondiente a Fuglevand, se llama ISI a la diferencia entre dos instantes de disparo, (o descarga), consecutivos de la misma unidad motora. Como estamos empleando una excitación rampa con primera y segunda zona, no debemos de representar todos los ISI de las unidades motoras; si

no sólo aquellos pertenecientes a la segunda zona, ya que es ésa parte de excitación la que nos importa, la que de verdad interesa en los experimentos reales. Para representar los ISI correspondientes a esa zona, hemos establecido como condición que sean aquellos que se den cuando la fuerza total del músculo tenga un valor de al menos el 95% de la fuerza total del músculo máxima. Con todo ello, un ejemplo de gráfica obtenida para las unidades motoras 15, 55, 85 y 120, es:

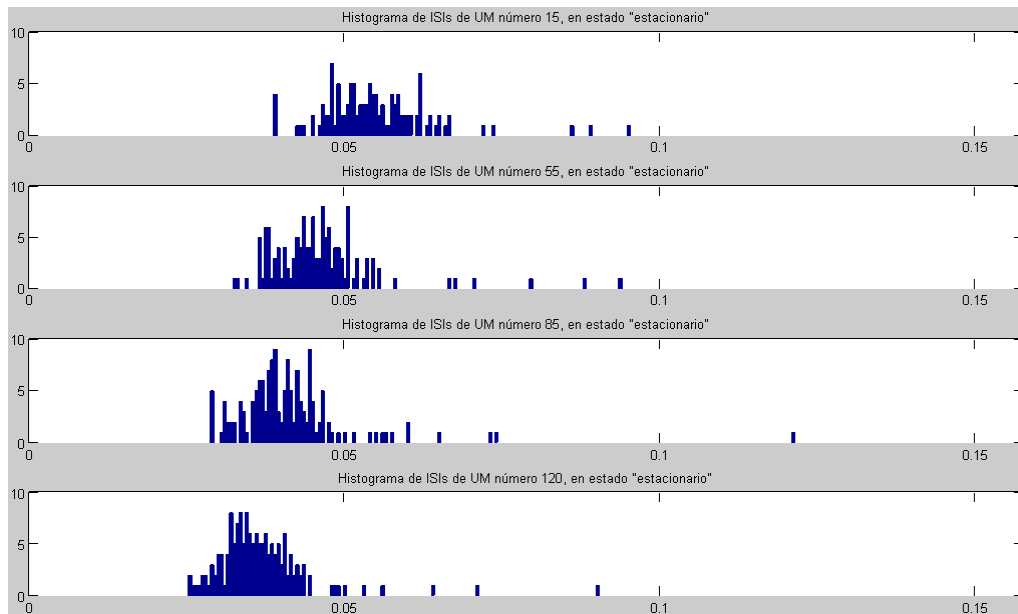


FIG. 39. Ejemplo de histogramas de valores de ISIs obtenidos correspondientes a los instantes de disparo de las unidades motoras de índices 15, 55, 85 y 120, de manera respectiva.

Los resultados mostrados en la Figura 39 se pueden considerar lógicos, ya que la tasa mínima de disparo de las unidades motoras es mayor cuanto mayor es el índice de la unidad motora, lo que implica menor valor máximo de ISI cuanto mayor sea el índice de la unidad motora. El mismo comportamiento ocurre cuando hablamos de las tasas pico de disparo de las unidades motoras. Es decir:

- \uparrow índice $\rightarrow \uparrow$ tasa mínima de disparo (MFR) $\rightarrow \downarrow$ ISI máximo
- \uparrow índice $\rightarrow \uparrow$ tasa pico de disparo (PFR) $\rightarrow \downarrow$ ISI mínimo

La Figura 39 se obtiene en el bloque de fuerza y no en el de reclutamiento, porque tal y como se acaba de mencionar, hace falta trabajar con porcentajes de fuerzas totales de músculo, las cuales se calculan en el bloque de fuerza.

Si ahora estudiamos aspectos más difíciles del bloque, podemos fijarnos en la forma de las contracciones de las unidades motoras. Dichas formas se construyen en la función *twitchn*:

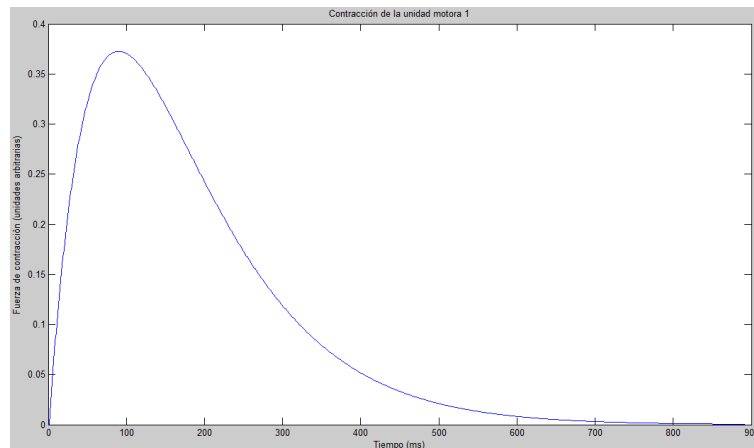


FIG. 40. Contracción de la primera unidad motora reclutada.

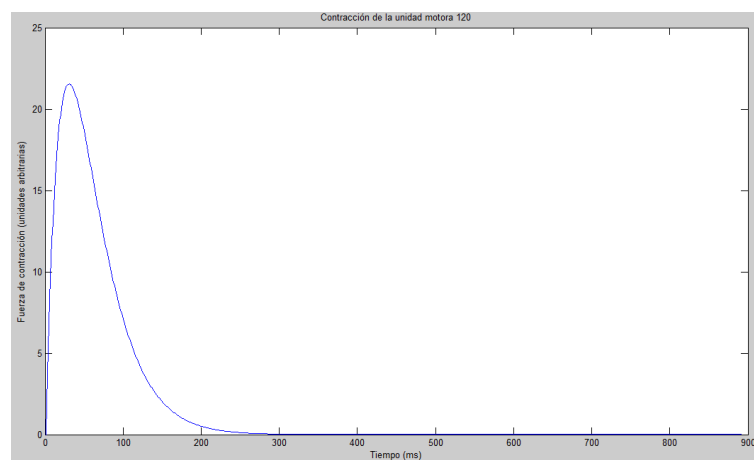


FIG. 41. Contracción de la última unidad motora reclutada.

También podemos fijarnos en la relación existente entre P y T:

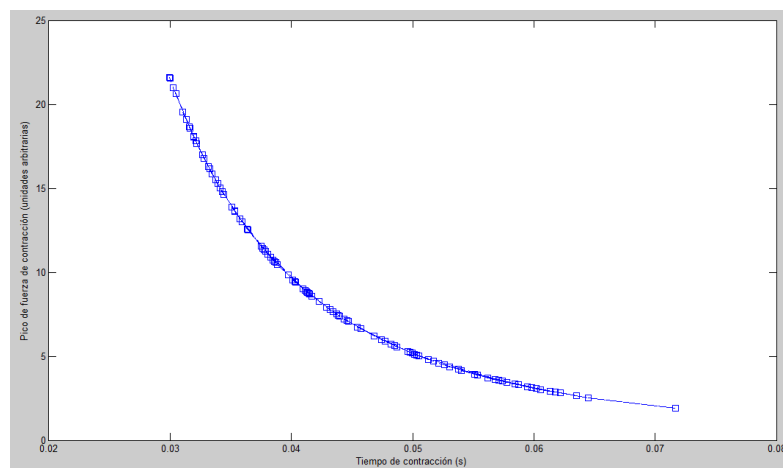


FIG. 42. Relación entre T y P. Cada uno de los puntos representados corresponde a una unidad motora reclutada. Los primeros puntos corresponden a las últimas unidades reclutadas, mientras que los últimos puntos corresponden a las primeras unidades motoras reclutadas.

Tal y como se reflejaba en el apartado de Fuglevand, y basándonos en la Figura 42, podemos ver cómo existe una relación exponencial decreciente entre los tiempos de contracción y los picos de las fuerzas de contracción de las unidades motoras.

A partir de los P y T de las unidades motoras, se pueden construir las respuestas impulsionales de cada unidad motora en sus instantes de disparo; y a partir de estas, podemos calcular las fuerzas producidas por cada unidad motora. A continuación se muestran dos ejemplos de fuerzas producidas por unidades motoras, tal y como se obtienen a partir del código:

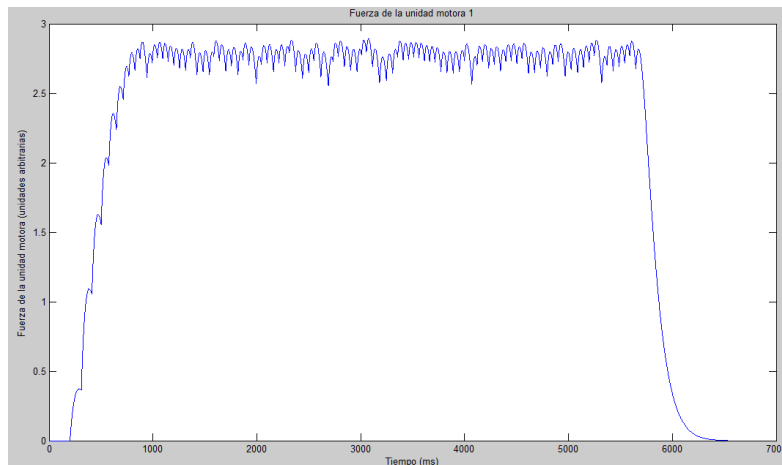


FIG. 43. Fuerza de la primera unidad motora reclutada.

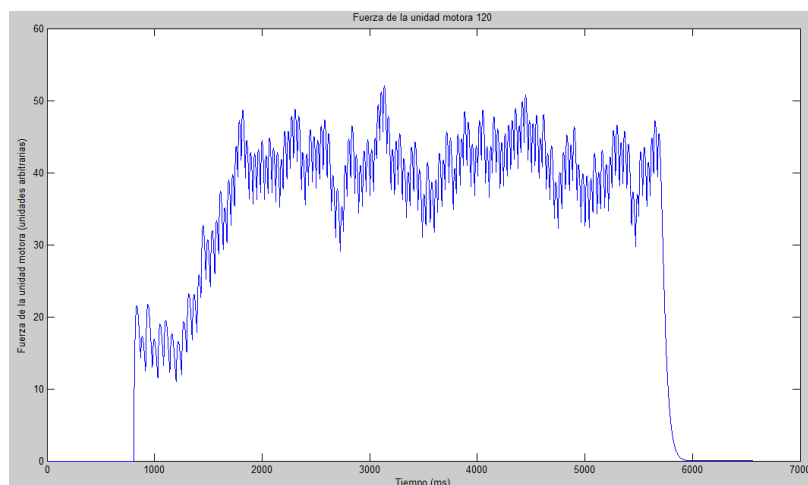


FIG. 44. Fuerza de la última unidad motora reclutada.

Estas fuerzas serán distintas para cada ejecución, ya que son resultado del sumatorio de las respuestas impulsionales de las unidades motoras reclutadas en sus instantes de disparo, los cuales, según la fórmula (9), presentan comportamiento estocástico. Por otro lado, la suma de todas estas fuerzas dará lugar a la fuerza total del músculo, (la cual ya hemos visto en la Figura 38).

Para finalizar este apartado, hay que señalar que existe la posibilidad de obtener una gráfica más mediante la ejecución de la función *force*. Dicha gráfica representa los instantes de

disparo de las unidades motoras de nuestra elección; para ello, deberemos indicar el índice inferior y superior del rango de unidades motoras de las cuales queremos representar sus instantes de disparo. Además, al obtener dicha gráfica en la misma figura que la gráfica de la fuerza total del músculo, se puede comprobar la relación existente entre el orden de reclutamiento de las unidades motoras, (y la frecuencia con la que disparan), y la fuerza obtenida.

Para poder obtener esta figura, tendremos que introducir como parámetros de entrada de la función *mf*, (además del parámetro de entrada **Fi**):

- **tds**: instantes de disparo en segundos de las unidades motoras reclutadas.
- **infer**: índice inferior del rango de unidades motoras de las que representar sus **tds**.
- **super**: índice superior del rango de unidades motoras de las que representar sus **tds**.

Por tanto, si todas las unidades motoras son reclutadas, (en este caso 120), y queremos representar los instantes de disparo de todas ellas, deberemos introducir **infer=1** y **super=120**; como en la siguiente figura:

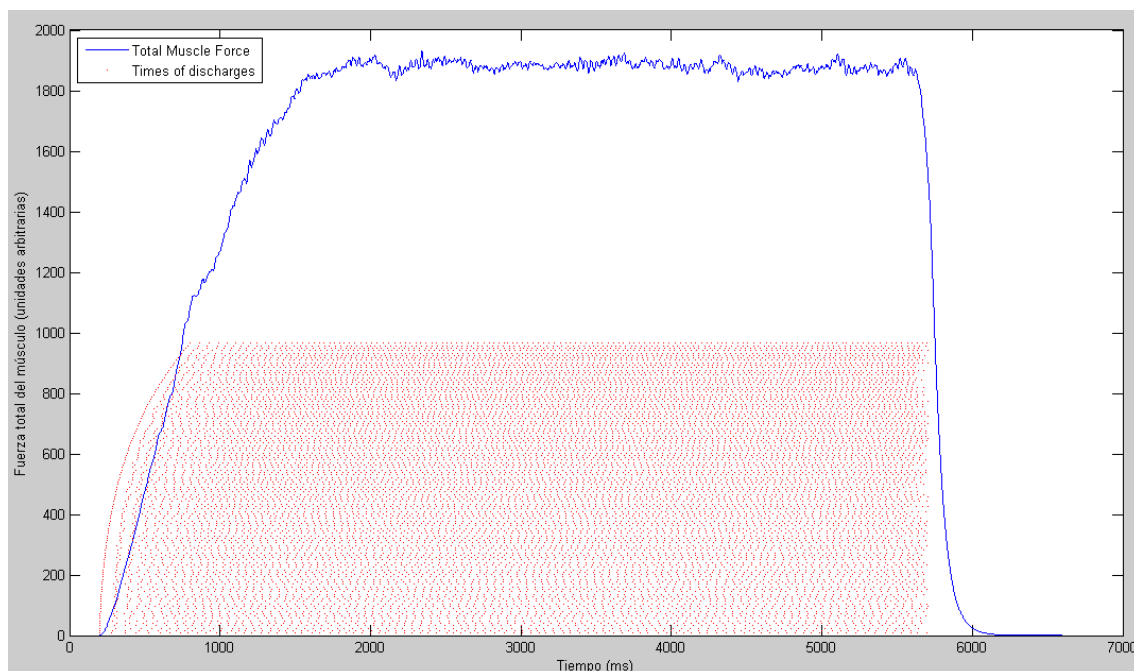


FIG. 45. Representación de fuerza total del músculo (azul), e instantes de disparo de todas las unidades motoras (en rojo).

Fijándonos en la Figura 45, vemos como a mayor índice de unidad motora, mayor será la altura a la que se representen sus instantes de disparo. Es decir, los instantes de disparo de la unidad motora 1 corresponden a la línea de puntos rojos inferior; y los de la unidad motora 120 se representan en la línea de puntos rojos superior. Dicha representación se ajusta a lo esperado,

ya que tal y como vimos en la teoría, las unidades motoras de menor índice tenían excitación umbral de reclutamiento menor y, por tanto, se reclutaban antes que las de mayor índice.

3.5. EMG

La señal electromiográfica es la que realmente se obtiene en los experimentos gracias a los electrodos, por lo que será un buen baremo del diseño que se ha realizado del modelo de reclutamiento de unidades motoras. El nombre del código que implementará este bloque se llama *EMG*, y viene definido por la siguiente función:

```
function emg=EMG(FMinUM,posFM,eFM,vFM,tds,elec,re)
```

En primer lugar se explican los parámetros que son obligatorios introducir manualmente:

- **FMinUM**: índice de la unidad motora a la que pertenece cada fibra muscular.
- **posFM**: posiciones (x,y) de las fibras dentro del músculo (mm).
- **eFM**: posiciones de los end-plate de las fibras.
- **vFM**: velocidades de propagación en las fibras (m/s).
- **tds**: instantes de disparo en segundos de las unidades motoras reclutadas.

Los siguientes son opcionales de introducir manualmente, en caso contrario, se les asignarán valores por defecto:

- **elec**: es un vector que contiene las coordenadas (x,y,z) del electrodo (mm). Su valor por defecto es (4, 1, 15).
- **re**: radio del electrodo (mm). Su valor por defecto es 1.

Como salida tenemos:

- **emg**: señal electromiográfica resultante de la excitación empleada sobre el músculo bajo estudio, (con el proceso de reclutamiento que conlleva).

Además, se obtiene una gráfica correspondiente a la señal EMG, como por ejemplo:

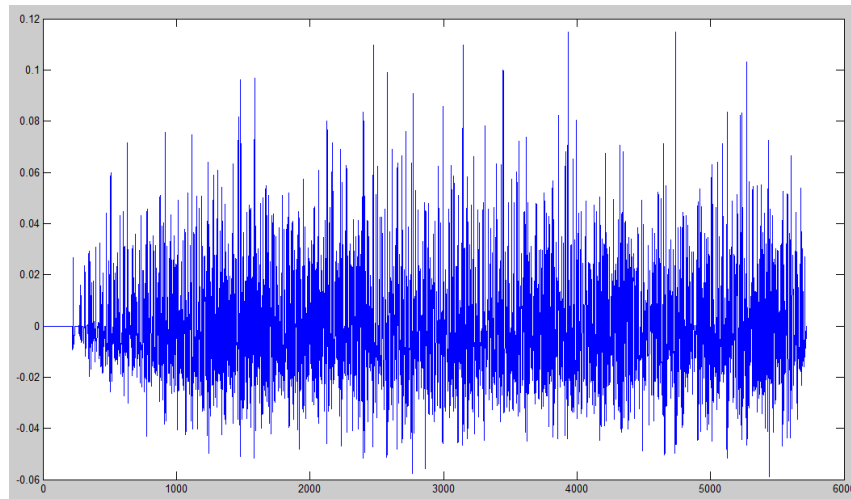


FIG. 46. Señal EMG para excitación tipo rampa con zona 1ª y 2ª

Si estudiamos con más profundidad este tema, podemos decir, que tal y como se comentó en el apartado 2.4, esta señal se construye a partir de los potenciales de acción de las unidades motoras, MUAP; los cuales vamos a calcular a partir de la función *cmup*, y serán del tipo:

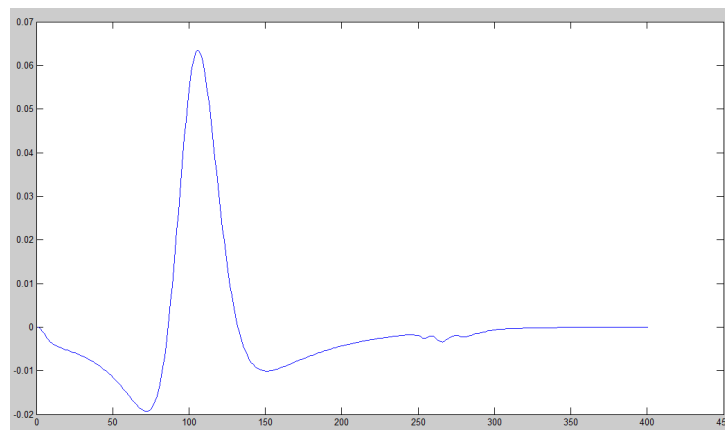


FIG. 47. MUAP de la unidad motora de índice 119, (penúltima en ser reclutada), medido en mV.

3.6. Integración de los modelos

Se va a estudiar la integración de los modelos desde dos puntos de vista. El primero se refiere a cómo crear un modelo global de reclutamiento a partir de los bloques de excitación, reclutamiento, fuerza y EMG. El segundo tiene que ver con cómo compaginar los modelos de reclutamiento de Fuglevand y Moritz.

Respecto al primer punto, ya se ha explicado que todos los códigos diseñados para implementar los bloques se van a ejecutar en cadena dentro del script de Matlab titulado *proy*. Recordemos los pasos a dar:

1. Construcción del músculo, (*musculoCrear*).
2. Construcción del motoneuron pool: rango de reclutamiento, rango de picos de fuerzas de contracción y rango de tiempo de contracción

3. Calcular las excitaciones umbrales de reclutamiento de las motoneuronas: RTE, (función *RTE*).
4. Crear excitación, (función *excitation*).
5. Reclutamiento de unidades motoras, (función *recruitment*).
6. Obtención de fuerza total del músculo, (función *force*).
7. Obtención de la señal electromiográfica, (función *EMG*).

Como se puede ver, se han seguido los pasos en orden lógico. La idea principal, teniendo como objetivo la fácil comprensión del código, es que se necesiten pocos parámetros a introducir manualmente por parte del usuario; por ello los parámetros de diseño de reclutamiento se han reducido a un mínimo de tres, (más los necesarios para la creación del músculo, los cuales se introducirán dentro de la función *musculoCrear*); y digo mínimo porque también existe la posibilidad de tener que introducir todos aquellos valores de entrada a funciones que en caso de no hacerlo se les asignará valores por defecto, los cuales ya hemos visto en el estudio de los distintos bloques.

Pasamos a ver la integración de los modelos de Fuglevand y Moritz. La idea consiste en tomar como base del desarrollo del proyecto las ideas de Fuglevand, ya que tal y como se dice en la sección 2.2 de esta memoria, ese es el artículo que se emplea como referencia a la hora de crear otros modelos de reclutamiento. Nuestra intención es mejorar las ideas que en él se exponen, con otras del artículo de Moritz, de manera que el comportamiento de nuestro modelo de reclutamiento sea lo más cercano posible a la realidad. En concreto, de Moritz usaremos que las mínimas tasas de disparo sean distintas para todas las unidades motoras y crecientes con el índice de las mismas, (mientras que Fuglevand define una sola MFR común para todas las unidades motoras). También, el pico de tasa de disparo de las unidades motoras aumentará con su índice, (Fuglevand hace que disminuya con el índice). El coeficiente de variación que define la aleatoriedad entre dos instantes de disparo consecutivos de cada unidad motora, seguirá la fórmula creada por Moritz, y que hará que tome valores comprendidos entre 0.1 y 0.3, (Fuglevand usaba un coeficiente de variación constante igual a 0.2). Además, el rango de reclutamiento que hemos empleado para el estudio de los resultados obtenidos, toma un valor tal que para el umbral de reclutamiento de la unidad motora de mayor índice, se alcanza un valor de fuerza total del músculo igual al 60% de la máxima fuerza total que se puede obtener.

Por último, cabe recordar en relación con la fórmula (11) de Fuglevand para el cálculo de los picos de las fuerzas de contracción; que no vamos a emplear esa función estrictamente, sino que dicha función será la media de los valores de pico de fuerza de contracción que empleemos, tal y como vimos en el apartado 3.1. En concreto, seguiremos el siguiente procedimiento; primero crearemos un músculo cuyo número de fibras musculares para cada una de las unidades motoras, siga una distribución en media exponencial. A partir de dichos valores aplicaremos la relación vista en la fórmula (12) entre el número de fibras y el pico de fuerza de contracción, y emplearemos dichos P para el cálculo de la fuerza total del músculo. Por lo que aquí se produce una integración entre el modelo de Fuglevand y el modelo de músculo empleado.

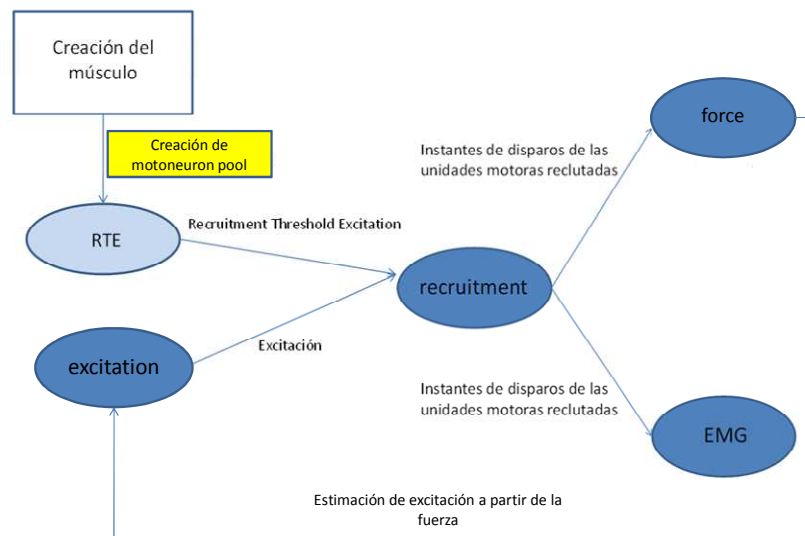


FIG. 48. Esquema con los nombres de los códigos en los que se desarrolla cada bloque (en color azul oscuro), la función auxiliar RTE (en color azul claro), y los principales parámetros que se proporcionan unas a otras.

4. Estudio de resultados

A continuación se analizará la calidad de los resultados obtenidos, entendiendo como calidad el grado de aproximación que se llegue a alcanzar respecto a señales reales, y respecto a los modelos de reclutamiento en los que se ha basado el proyecto.

4.1. Fuerza total del músculo

Recordemos que la señal que obtendremos a partir de los electrodos en la realidad, será la señal electromiográfica, por lo que cualquier clase de comparación que se quiera realizar de la fuerza del músculo, tendrá que ser en base a resultados teóricos. Así pues, comprobaremos que las unidades motoras con tiempos de contracción mayores, (y por tanto, menores picos de fuerza de contracción), generan fuerzas tetánicas a menores tasas de disparo que las unidades motoras de menores tiempos de contracción, (mayores picos de fuerza de contracción).

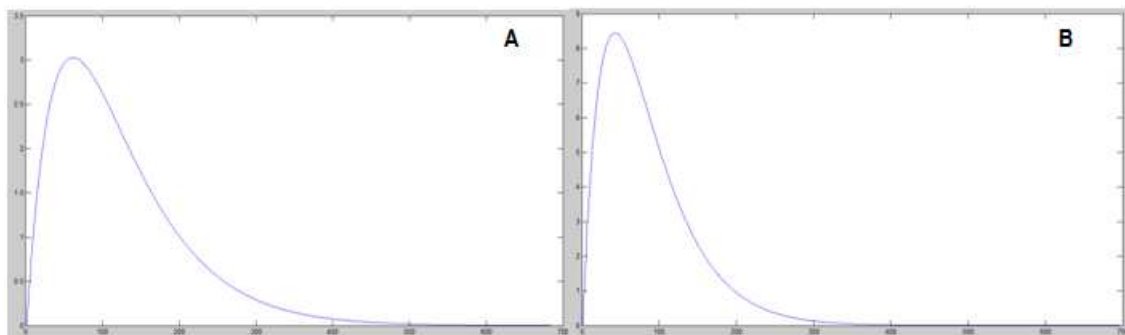


FIG. 49. Contracciones de unidades motoras de índices 1, (A), y 70, (B).

Ahora, para ver que se cumple lo dicho, nos interesa representar las fuerzas producidas por las unidades motoras 1 y 120, de manera individual, a las mismas tasas de disparo para las dos.

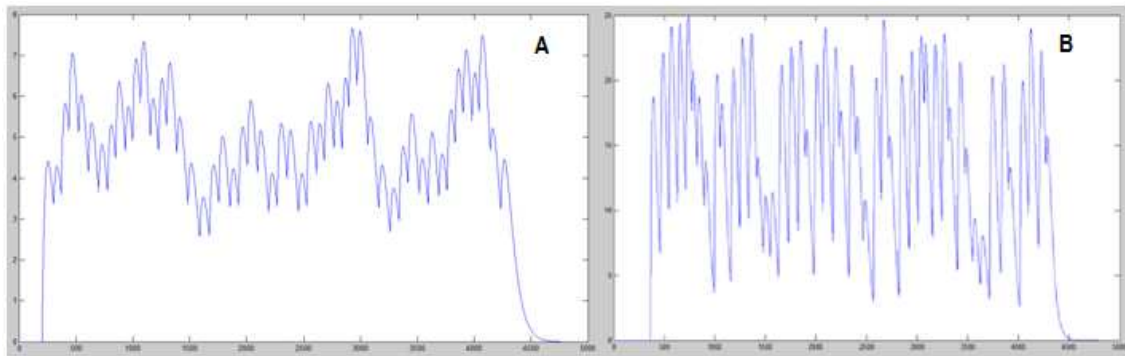


FIG. 50. Fuerzas producidas por las unidades motoras de índices 1,(A), y 70,(B), a tasa de disparo igual a 12 imp/seg.

Como se puede observar en la Figura 50, para una tasa de 12 impulsos por segundo, la unidad motora de contracciones con menor pico está más cerca de producir una fuerza tetánica que la unidad motora de contracciones con mayor pico. Para refrendarlo, volveremos a realizar este análisis para el caso en que alcancen una tasa de disparo de 16 impulsos por segundo.

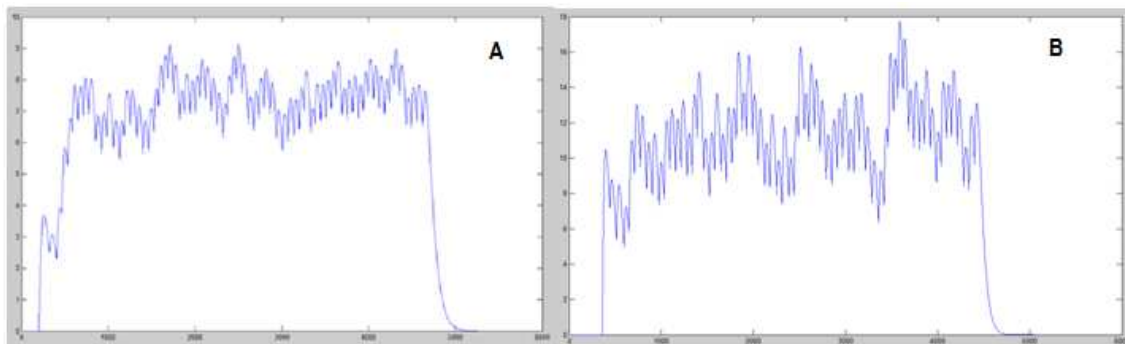


FIG. 51. Fuerzas producidas por las unidades motoras de índices 1,(A), y 70,(B), a tasa de disparo igual a 16 imp/seg.

Otra vez, se aprecia en la Figura 51 que la unidad motora de contracciones con menor pico está más cerca de producir fuerza tetánica que la unidad motora de mayor pico. Por todo ello, podemos decir que el modelo de reclutamiento creado satisface esta característica teórica.

Obviamente, la fuerza tetánica entendida como fusión pura de contracciones, es decir, fuerza que se mantiene a lo largo del tiempo con un nivel constante, no existe como tal, debido a la aleatoriedad introducida en los instantes de disparo y, por tanto, la variabilidad de las ganancias, g_{ij} , de las contracciones de las unidades motoras.

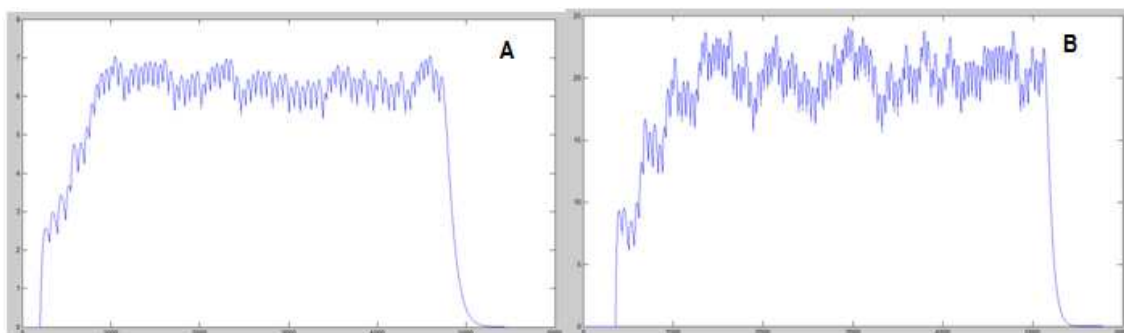


FIG. 52. Fuerzas producidas por las unidades motoras de índices 1,(A), y 70,(B), a tasas iguales a sus respectivos PFR.

4.2. Relación Excitación – Fuerza total del músculo

El análisis de este resultado lo realizaremos a partir de la observación de distintas fuerzas de músculo obtenidas a partir de distintas clases de excitación. En concreto, a partir de las excitaciones que ya se han definido en el apartado 3.2, se emplearán excitaciones del tipo exponencial, rampa y escalón; y se mostrarán en una gráfica con la fuerza de músculo que producen tras el reclutamiento de las respectivas unidades motoras. Como veremos, existe concordancia entre la forma de excitación empleada y la forma de la fuerza total del músculo obtenida, por lo que parece razonable decir que esta relación ha sido bien implementada y da los resultados que cabría esperar.

Excitaciones exponenciales

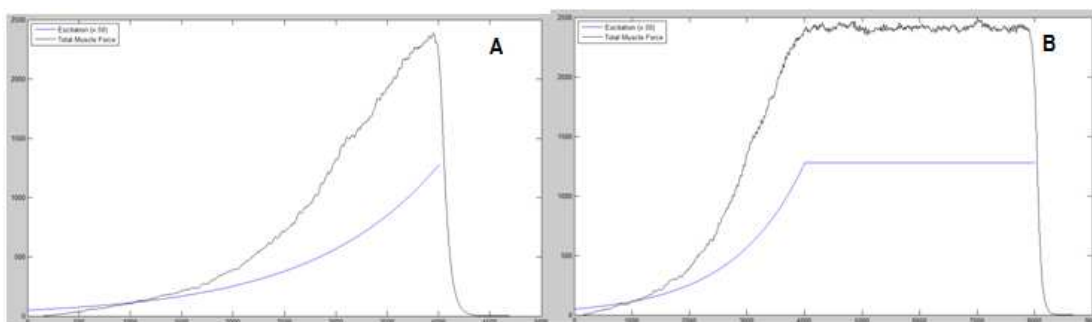


FIG. 53. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 50); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación exponencial con sólo la primera zona: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las dos primeras zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 4)$.

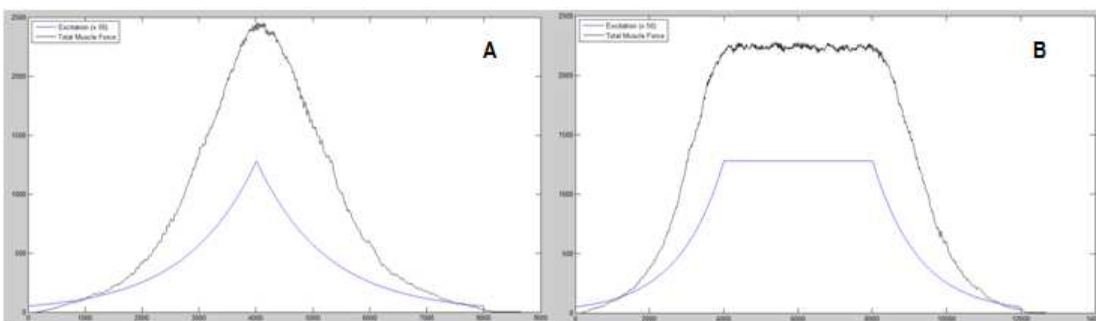


FIG. 54. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 50); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación

exponencial con la primera y tercera zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 0, 4)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las tres zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 4, 4)$.

Excitaciones rampa

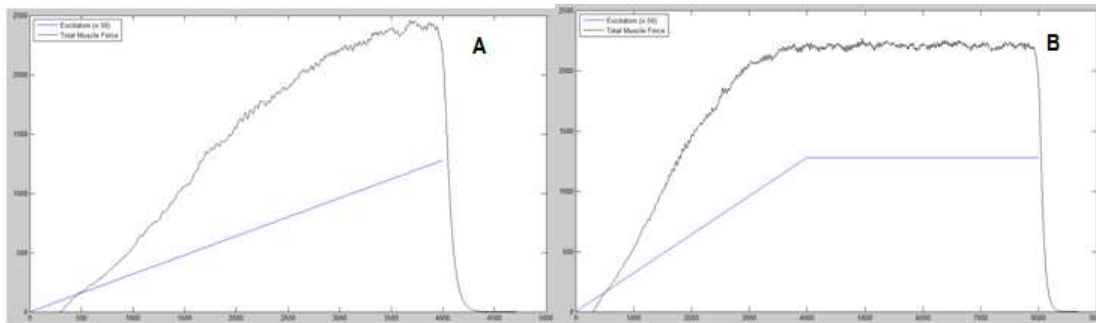


FIG. 55. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 50); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación rampa con sólo la primera zona: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las dos primeras zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 4)$.

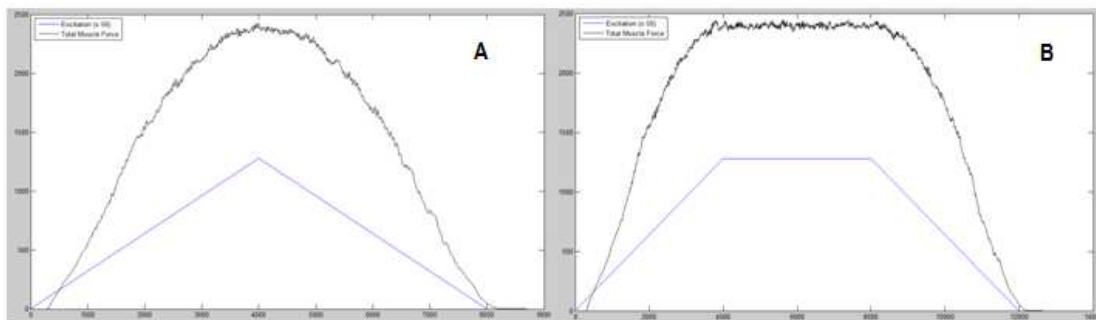


FIG. 56. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 50); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación rampa con la primera y tercera zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 0, 4)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las tres zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 4, 4)$.

Excitaciones escalón

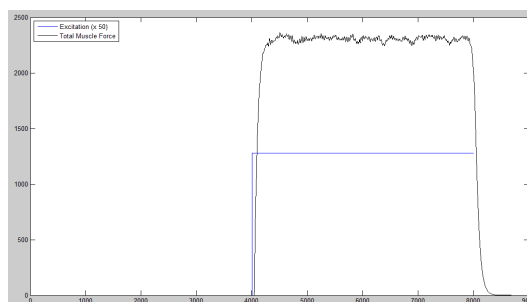


FIG. 57. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 50); en negro, fuerza muscular obtenida. Se ha empleado excitación escalón: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'esc', 100)$.

Para terminar este punto, se muestra una gráfica de la relación entre el nivel de excitación empleado, (se refiere a la zona de excitación constante, como porcentaje de la excitación máxima), y la fuerza de músculo obtenida como porcentaje de la máxima contracción

voluntaria, MVC, (máxima fuerza muscular que se puede obtener, se da cuando se emplea la excitación máxima):

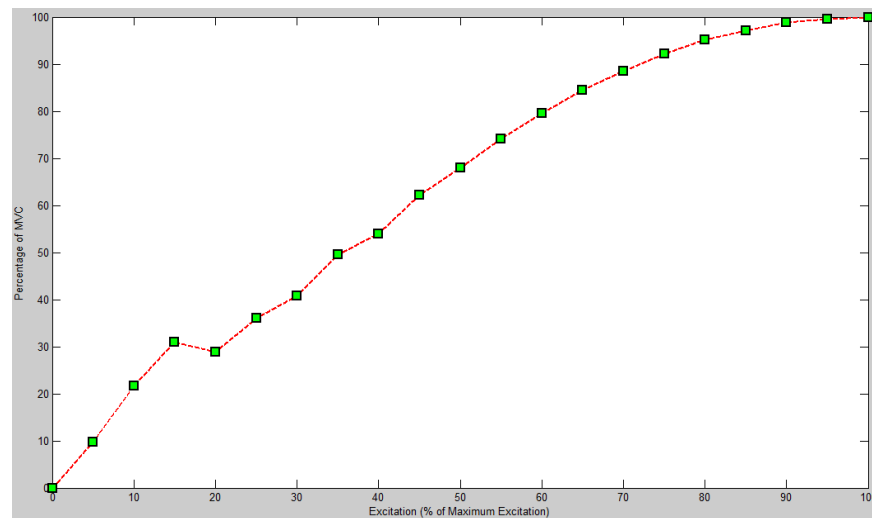


FIG. 58. Gráfica de la relación entre la excitación empleada (% de excitación máxima), y la fuerza obtenida (% de máxima contracción voluntaria).

Para poder obtener la Figura 58, se ha creado un músculo, y posteriormente se ha realizado el proceso de: creación de excitación (tomando un valor comprendido entre 0 y 100% de la excitación máxima, en intervalos del 5% de la misma), y su respectivo cálculo de fuerza de músculo obtenida; para un total de 21 valores de excitación. De manera que en un vector almacenamos el conjunto de excitaciones empleadas, y en otro vector guardamos las fuerzas de músculo obtenidas. Finalmente representamos la gráfica que tiene como eje de coordenadas el vector excitación, y como ordenadas el vector fuerza.

4.3. Relación Excitación – Instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas

El anterior análisis que acabamos de realizar, (relación Excitación – Fuerza total del músculo), se puede dividir a su vez en otros dos. El primero de ellos será el que tratemos ahora, y es el correspondiente al orden de reclutamiento de unidades motoras e instantes de disparo de las mismas, debidos al tipo de excitación empleada.

Excitaciones exponenciales

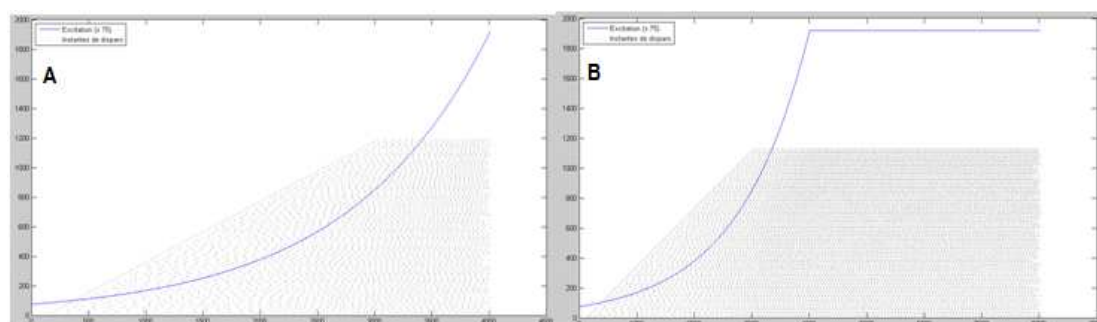


FIG. 59. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 75); en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado

excitación exponencial con sólo la primera zona: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las dos primeras zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,4)$.

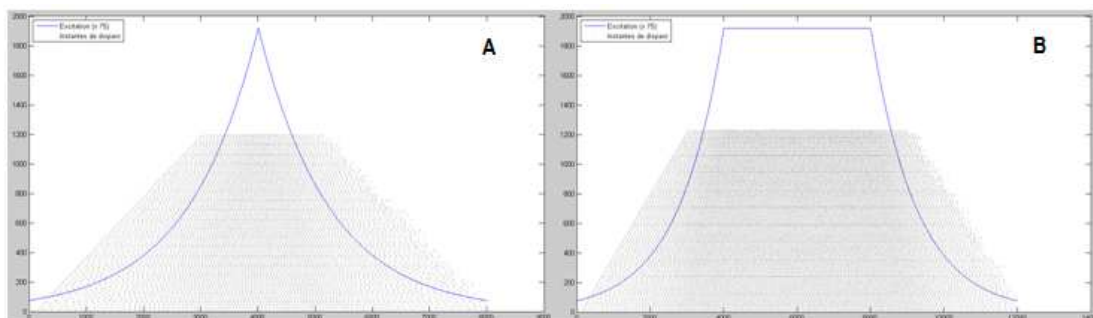


FIG. 60. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 75); en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación exponencial con la primera y tercera zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,0,4)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las tres zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,4,4)$.

Como se puede observar, cuando tenemos excitaciones con forma exponencial, la forma de los instantes de disparo iniciales de las unidades motoras reclutadas, es lineal; esta es una característica que es difícil de predecir si se trabaja únicamente basándose en las gráficas mostradas, pero que será sencilla de entender si nos centramos en las fórmulas (5) y (7), ya que tal y como en ellas aparece, la función de las excitaciones umbrales de reclutamiento tiene forma exponencial, y será la relación entre esta forma exponencial y la forma de la excitación empleada, la que determine la forma que sigue el reclutamiento de unidades motoras. En el caso concreto de emplear excitaciones con forma exponencial, como es la misma forma que la de las excitaciones umbrales de reclutamiento de las motoneuronas, provoca que los instantes iniciales de disparo de las unidades motoras reclutadas sigan un patrón lineal. Asimismo, si la excitación empleada también consta de una zona final con forma exponencial decreciente, también se observa que los instantes finales de disparo de las unidades motoras reclutadas, seguirán un patrón lineal decreciente.

Excitaciones rampa

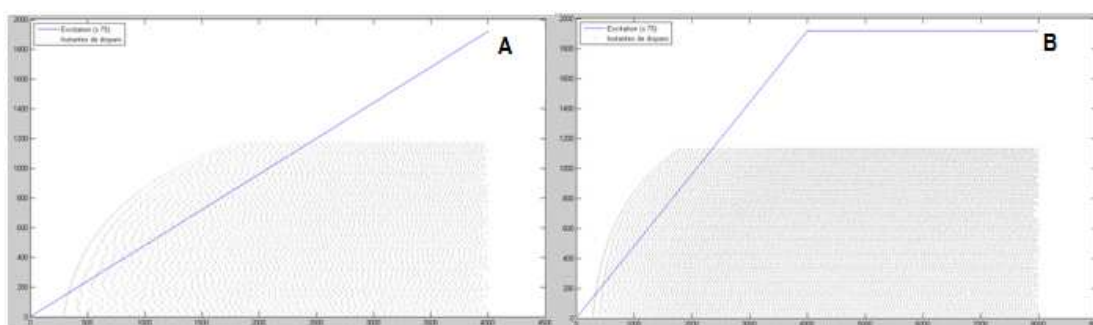


FIG. 61. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada (x 75); en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación rampa con sólo la primera zona: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las dos primeras zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100,6.395375,4)$.

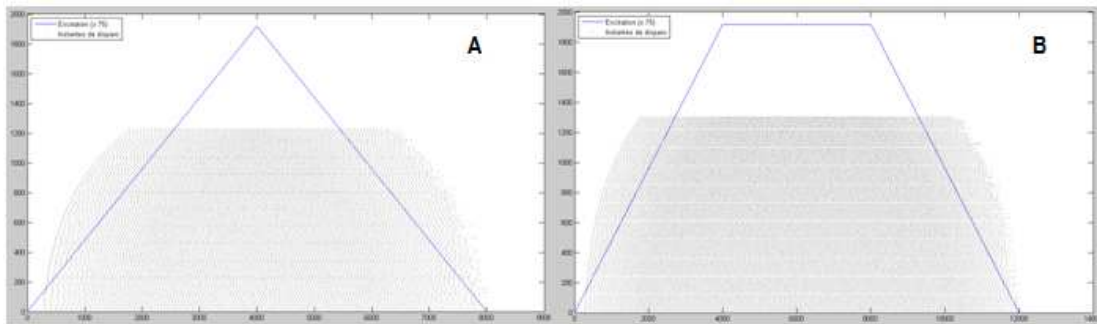


FIG. 62. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada ($\times 75$); en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación rampa con la primera y tercera zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 0, 4)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las tres zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'ramp', 100, 6.395375, 4, 4)$.

Otra vez vemos como a una determinada forma de excitación, no le corresponde la misma forma de distribución de los instantes iniciales de disparo de las unidades motoras reclutadas. En este caso concreto, a una excitación con zona lineal creciente o decreciente, le corresponde un patrón de instantes de disparo iniciales o finales, respectivamente, con forma parabólica creciente o decreciente, (también respectivamente).

Excitaciones escalón

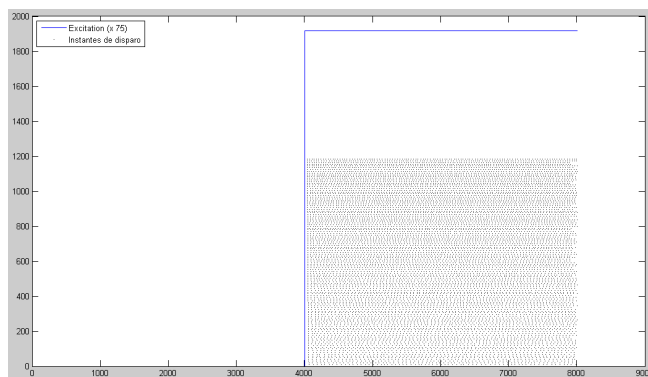


FIG. 63. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación en unidades arbitrarias. En azul, excitación empleada ($\times 75$); en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. Se ha empleado excitación escalón: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'esc', 100)$.

En este caso, sí que existe concordancia en cuanto a que a partir de una excitación con forma de escalón, se obtiene un patrón de los instantes iniciales, (y finales), de disparo de las unidades motoras reclutadas, de tipo escalón.

4.4. Relación Instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas – Fuerza del músculo

A continuación se estudiará la relación entre los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas y la fuerza de músculo que se genera. En concreto, nos fijaremos en la manera en la que se relaciona la forma que tiene la distribución de los instantes de disparo en aquellas zonas de fuerza en las que se produzca un crecimiento o decrecimiento rápido de dicha fuerza.

Se puede observar que la relación existente entre estos parámetros será similar a la ya vista entre la excitación y los instantes de disparo de las unidades motoras. (Junto a las gráficas se hará referencia a la excitación empleada para que se pueda saber de dónde viene el patrón de reclutamiento que se presenta para cada caso).

Excitaciones exponenciales

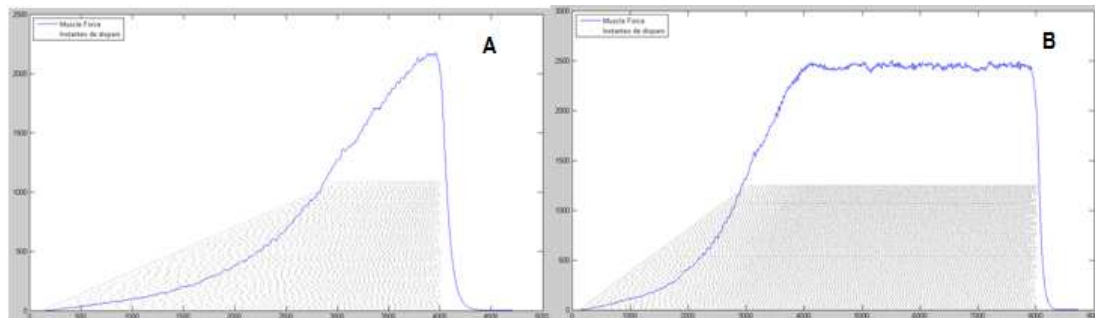


FIG. 64. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias. En azul, fuerza muscular obtenida; en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación exponencial con sólo la primera zona: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las dos primeras zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 4)$.

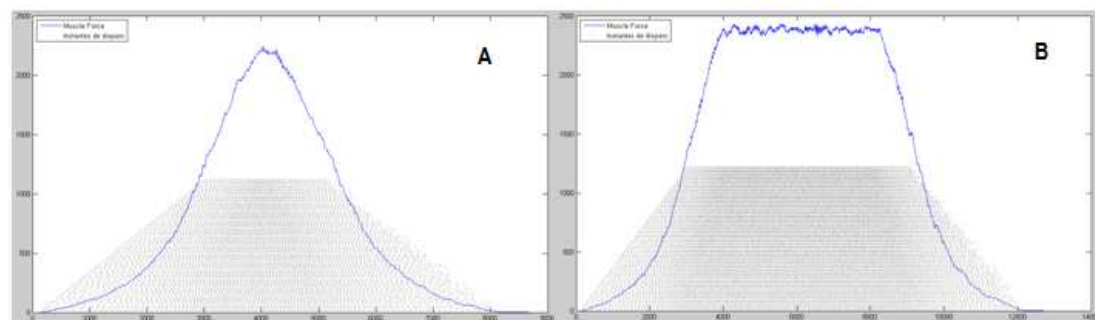


FIG. 65. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias. En azul, fuerza muscular obtenida; en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación exponencial con la primera y tercera zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 0, 4)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las tres zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 4, 4)$.

A partir de estas gráficas, podemos decir que patrones lineales crecientes de instantes de disparo iniciales de unidades motoras, conducen a una forma exponencial creciente de la fuerza muscular. De la misma manera, patrones lineales decrecientes de instantes de disparo finales de unidades motoras, implican fuerzas musculares con forma exponencial decreciente. Por tanto, al igual que ocurría con las formas de las excitaciones; existe una aparente contradicción entre la manera en que se distribuyen los disparos iniciales, (y finales), y la fuerza que provocan; a pesar de que ya se demostró que dicha relación era correcta y fácilmente entendible si nos fijamos en las fórmulas (5) y (7).

Excitaciones rampa

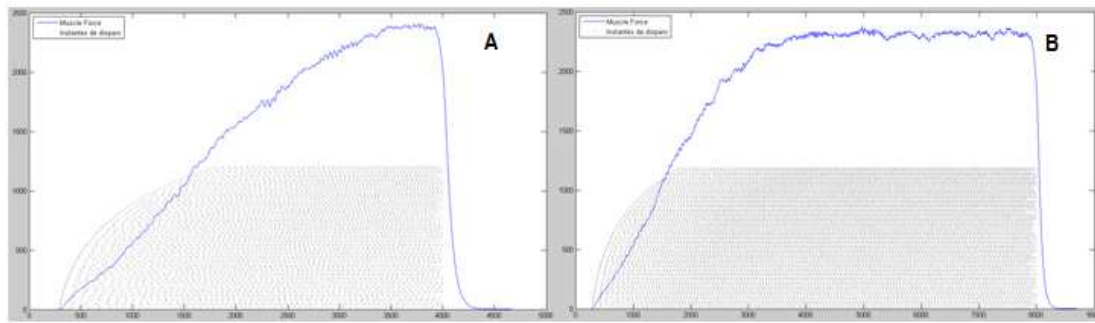


FIG. 66. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias. En azul, fuerza muscular obtenida; en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación rampa con sólo la primera zona: $E=excitation(rte,'ramp',100)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las dos primeras zonas: $E=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,4)$.

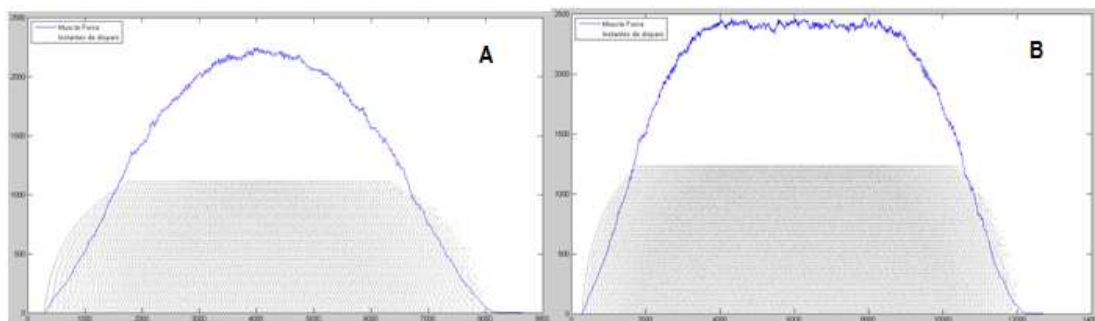


FIG. 67. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias. En azul, fuerza muscular obtenida; en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A: Se ha empleado excitación rampa con la primera y tercera zonas: $E=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,0,4)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las tres zonas: $E=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,4,4)$.

Para los instantes iniciales de disparo de las unidades motoras que tengan forma parabólica creciente, se observa que se obtienen fuerzas del músculo con forma aproximadamente lineal creciente. Por otro lado, para instantes finales de disparo con forma parabólica decreciente, se consiguen fuerzas del músculo con forma aproximadamente lineal decreciente.

Excitaciones escalón

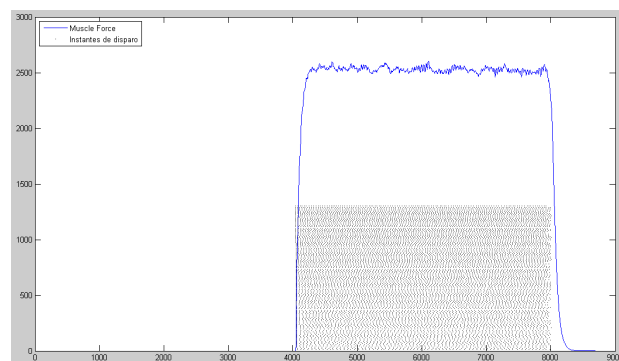


FIG. 68. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias. En azul, fuerza muscular obtenida; en negro, instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. Se ha empleado excitación escalón: $E=excitation(rte,'esc',100)$.

De nuevo, al igual que pasó en el estudio de la excitación escalón y su relación con la fuerza muscular, vemos cómo el patrón de escalón, en este caso de los instantes iniciales y finales de disparo de las unidades motoras reclutadas, sí concuerda con la forma de la fuerza de músculo obtenida, la cual también es del tipo escalón.

4.5. Estimación de excitación empleada

Una parte en la que se ha trabajado en el proyecto pero no ha sido desarrollada con la misma carga de trabajo que las demás, es la dedicada a la estimación de la excitación que haya sido empleada para el reclutamiento de las unidades motoras, a partir de la fuerza total de músculo obtenida. La finalidad de este estudio es doble, por un lado sirve para que en aquellos experimentos que realicemos medidas de la fuerza de músculo, podamos realizar una aproximación de la excitación que ha servido para estimular las motoneuronas del músculo bajo estudio; y por otro lado, como nos hemos inventado las funciones excitación empleadas para el proceso de reclutamiento de unidades motoras, la estimación de excitación nos ayuda a aproximarnos a las funciones de excitación reales. Para ello, se han implementado dos procedimientos distintos que a continuación se explican.

Aproximación de sumatorio de picos de contracción a la fuerza muscular.

Como el propio nombre indica, este procedimiento consiste en crear un bucle en el que se realice un sumatorio progresivo de los picos de fuerza de contracción de las unidades motoras que constituyen el músculo, y cuando dicho sumatorio supere la fuerza total del músculo en ese instante de tiempo, se decide que el valor de la excitación en ese momento es el correspondiente al umbral de reclutamiento de la última unidad motora de la cual se ha sumado su pico de fuerza de contracción. Por último, si se han reclutado todas las unidades motoras, el sumatorio realizado sigue siendo inferior a la fuerza del músculo en ese instante y además, la excitación estimada hasta entonces es inferior a la excitación máxima, se seguirá aumentando el valor de la excitación estimada hasta que supere a la máxima o hasta que el sumatorio, (el cual también se habrá incrementado), supere a la fuerza muscular.

El primer inconveniente de este proceso es que la manera de calcular la excitación es demasiado genérica, en cuanto a que no se tienen en cuenta las variaciones de las contracciones debidas a la ganancia que modela el comportamiento no lineal de la fuerza, (g_{ij} , tal y como aparece en la sección 3.1); por lo que el sumatorio de los picos de fuerza de contracción no es la manera más realista de aproximarse a la fuerza muscular. El otro inconveniente es el que se produce para el caso de tener todas las unidades motoras reclutadas. Como hemos dicho, si ese caso se produce y aún no se ha conseguido superar la fuerza muscular con el sumatorio de picos de contracción, entonces se sigue aumentando dicho sumatorio, pero la forma de hacerlo es sumándole en cada iteración una cantidad que no tiene ningún sentido específico, sino que viene indicada porque los resultados obtenidos de simulaciones realizadas sugieren que incrementando de esa manera la variable “sumatorio” se consiguen buenas aproximaciones a los valores de excitación reales. El mismo problema existe

para la variable que almacena el valor que el programa otorgará finalmente a la excitación estimada, ya que la misma también se incrementa dentro del bucle recién descrito mediante la suma de una cantidad determinada empíricamente.

Aproximación con coeficientes de regresión de relación Excitación – Fuerza muscular

Para realizar esta aproximación lo primero que necesitamos son unos coeficientes de regresión de la relación Excitación – Fuerza muscular, que habrán sido calculados previamente mediante la función *ajusteInicial*. Lo que dicha función realizará, de manera resumida, será emplear una excitación de referencia, en concreto, una tipo rampa con primera zona de crecimiento lineal y segunda zona de mantenimiento de excitación, (de valor igual a la excitación máxima); de manera que se calculen los coeficientes de regresión de la relación excitación – fuerza muscular. Una vez tengamos dichos coeficientes, y para cada muestra que tengamos de la fuerza total del músculo, realizaremos un bucle en el que iremos probando en cada iteración un porcentaje de excitación máxima distinto, y calcularemos su respectiva fuerza total del músculo; de manera que cuando se hayan probado todas las excitaciones del intervalo de porcentajes [0,100], (con intervalos del 5% de la excitación máxima), quedará determinada cuál de ellas proporciona un valor de fuerza muscular más cercana a la que se tiene en ese instante de tiempo. Por tanto, dicho valor de porcentaje de excitación máxima será el valor de excitación estimada en ese instante. El principal inconveniente es que la excitación de referencia empleada para calcular los coeficientes de regresión, casi nunca será misma que la que realmente se quiere estimar; por lo que los coeficientes de regresión empleados no serán los que exactamente pertenezcan a la relación entre la excitación real y la fuerza del músculo.

Además de estas dos formas de estimación de la excitación, se ha creado una variable denominada “Residuo” que contenga la señal diferencia entre la excitación estimada y la excitación real. De esta manera, podemos comparar y elegir para su empleo, aquella de las dos excitaciones calculadas que se aproxime más a la verdadera.

Un ejemplo de este desarrollo se muestra en la siguiente gráfica:

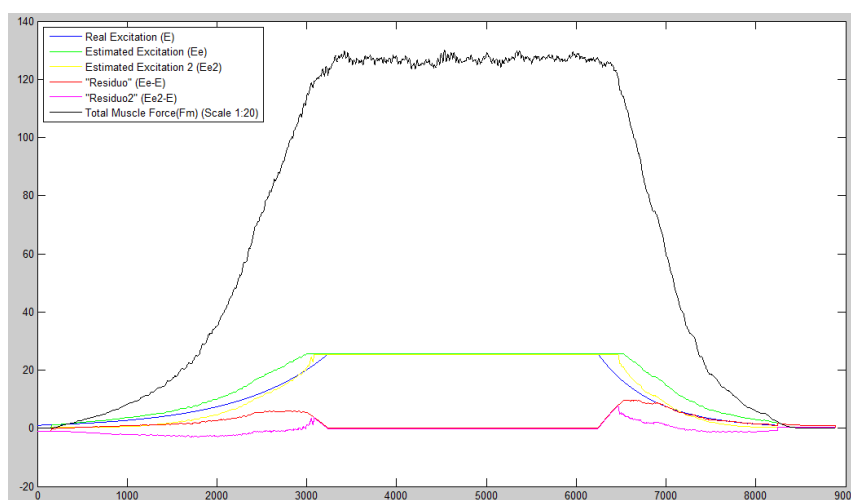


FIG. 69. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de excitación y fuerza en unidades arbitrarias. En azul: excitación empleada. En verde: excitación estimada mediante aproximación de

sumatorio de picos de contracción a la fuerza muscular. En amarillo: excitación estimada mediante aproximación con coeficientes de regresión de la relación Excitación – Fuerza muscular. En rojo: diferencia entre la excitación estimada mediante aproximación de sumatorio de picos de contracción a la fuerza muscular, y la excitación empleada. En magenta: diferencia entre excitación estimada mediante aproximación con coeficientes de regresión de la relación Excitación – Fuerza muscular, y excitación empleada. En negro: Fuerza muscular obtenida a lo largo del tiempo que dura el reclutamiento de unidades motoras, pero a escala 1:20.

Como se puede ver en la Figura 69, las estimaciones se aproximan muy bien a la excitación real en la zona en la que se mantiene un nivel constante, (para nivel 100% de excitación máxima), mientras que las principales diferencias se dan cuando la excitación varía temporalmente.

4.6. Señal electromiográfica, EMG

En este caso, sí que tenemos señales reales para poder comparar lo adecuada, o no, que ha sido la implementación que hemos realizado. En nuestras simulaciones, obtendremos la señal EMG correspondiente a una excitación que comienza creciendo, (siendo lo más habitual que sea de forma lineal), posteriormente se mantiene a cierto nivel, y acaba descendiendo hasta alcanzar el valor inicial. Sin embargo, lo que nos encontraremos en las señales electromiográficas obtenidas de estudios reales, corresponden, de manera general, a varios intervalos de excitación de los nuestros; además, en ellas aparecerá un ruido de base, (baseline noise), que puede deberse, entre otras cosas, a las condiciones de detección o al ruido del entorno. Dicho ruido de base no será incluido en nuestra señal EMG.

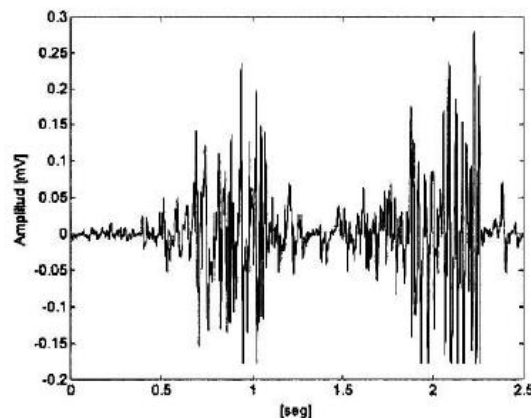


FIG. 70. Ejemplo de señal electromiográfica

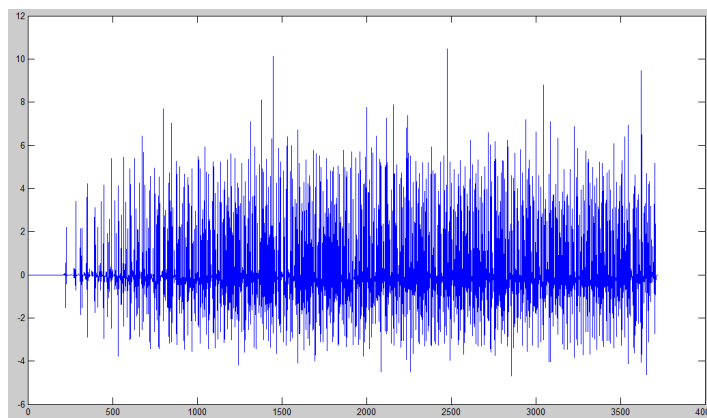


FIG. 71. Ejemplo de señal EMG obtenida mediante nuestro código. Las abscisas se miden en ms y las ordenadas en mV.

4.7. Relación Fuerza muscular – Señal Electromiográfica

La relación existente entre la fuerza muscular y la señal electromiográfica es una de las incógnitas del estudio de reclutamiento de unidades motoras, ya que no se ha detallado aún la forma en la que se da. El único parámetro común que se emplea a la hora de la implementación de la fuerza muscular y de la señal EMG, es el conjunto de instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas. A continuación se representan, para las correspondientes excitaciones, las fuerzas musculares y señales EMG obtenidas.

Excitaciones exponenciales

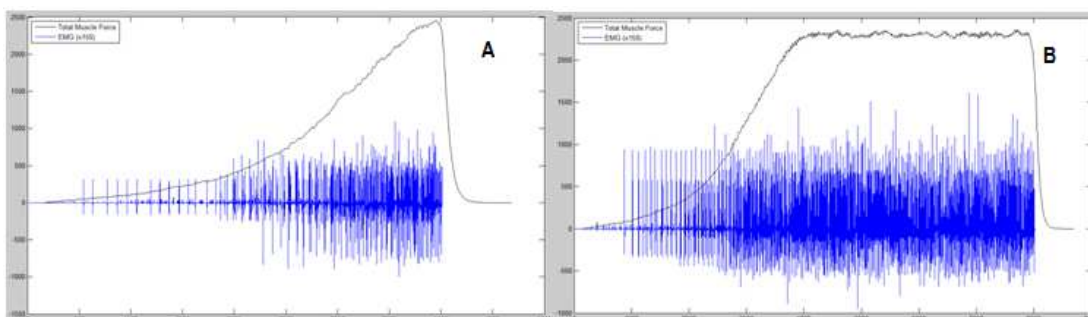


FIG. 72. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias, y niveles de EMG en mV. En azul, señal EMG obtenida (x 150); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación exponencial con sólo la primera zona: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las dos primeras zonas: $E = \text{excitation}(\text{rte}, 'exp', 100, 0.809, 4)$.

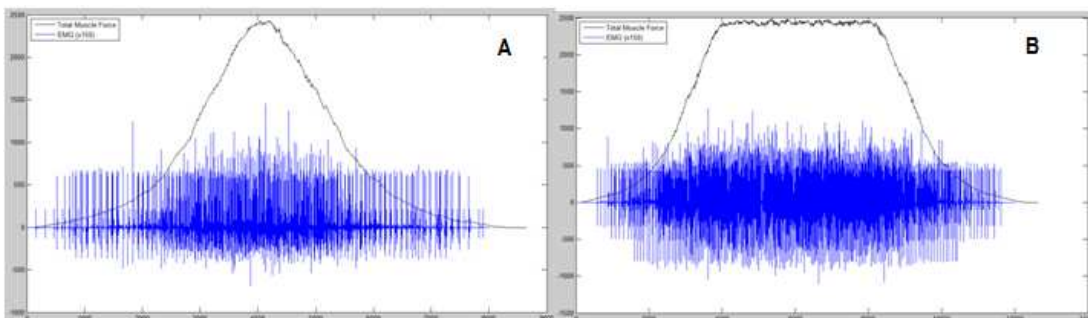


FIG. 73. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias, y niveles de EMG en mV. En azul, señal EMG obtenida (x 150); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado

excitación exponencial con la primera y tercera zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,0,4)$. B: Se ha empleado excitación exponencial con las tres: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'exp'},100,0.809,4,4)$.

Excitaciones rampa

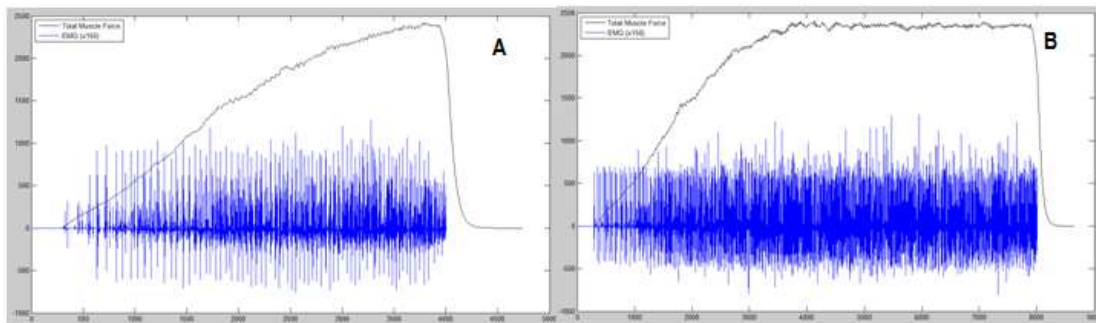


FIG. 74. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias, y niveles de EMG en mV. En azul, señal EMG obtenida (x 150); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación rampa con sólo la primera zona: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las dos primeras zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100,6.395375,4)$.

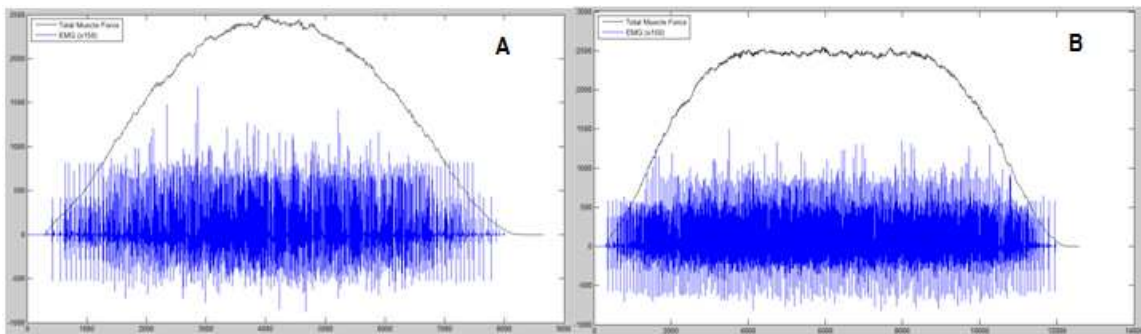


FIG. 75. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias, y niveles de EMG en mV. En azul, señal EMG obtenida (x 150); en negro, fuerza muscular obtenida. A: Se ha empleado excitación rampa con la primera y tercera zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100,6.395375,0,4)$. B: Se ha empleado excitación rampa con las tres zonas: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'ramp'},100,6.395375,4,4)$.

Excitaciones escalón

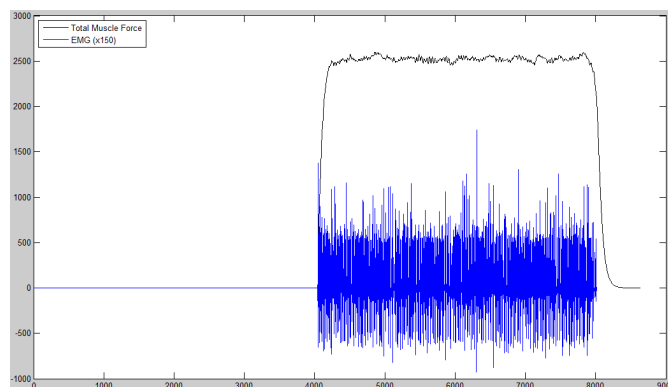


FIG. 76. Las abscisas son tiempo en milisegundos y las ordenadas son los niveles de fuerza en unidades arbitrarias, y niveles de EMG en mV. En azul, señal EMG obtenida (x 150); en negro, fuerza muscular obtenida. Se ha empleado excitación escalón: $E=\text{excitation}(\text{rte},\text{'esc'},100)$.

Como se puede observar en las Figuras 72, 73, 74, 75 y 76, se aprecia cierta concordancia entre la forma de la fuerza del músculo y la envolvente de la señal electromiográfica, lo que puede suponer un indicio de cómo se puede caracterizar su relación.

Por último, mostramos una gráfica en la que en las abscisas se tienen porcentajes de la máxima contracción voluntaria; y en las ordenadas aparecen los correspondientes valores efectivos de las señales EMG que se originan. El motivo por el que los puntos de la gráfica no están equiespaciados, es que, como ya vimos, la relación entre distintas excitaciones de entrada con las fuerzas musculares que producían no son directamente proporcionales; por lo que al haber calculado los puntos a partir de excitaciones equiespaciadas, obtenemos fuerzas musculares no equiespaciadas.

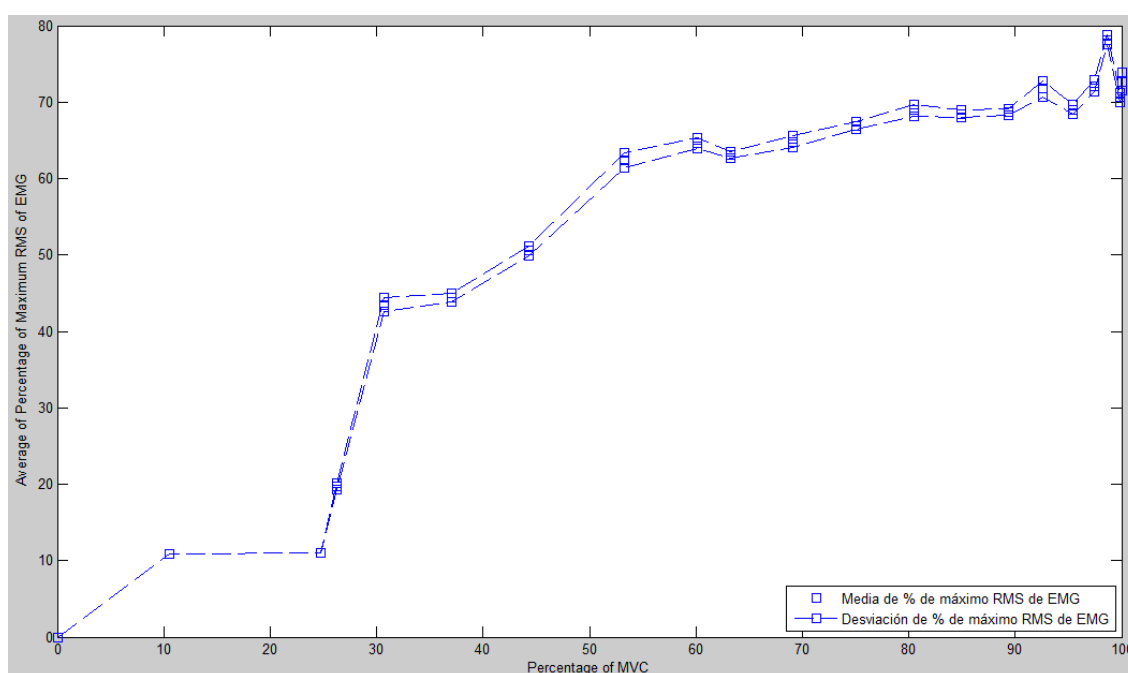


FIG. 77. Gráfica de la relación entre la fuerza obtenida (% de máxima contracción voluntaria), y el valor eficaz de la señal EMG obtenida (% del máximo valor eficaz de las señales EMG que se han conseguido). Cada uno de los puntos representados en ella ha sido obtenido después de diez simulaciones realizadas para el mismo porcentaje de excitación máxima.

5. Conclusiones y líneas futuras

Conclusiones

Si empezamos por aquello que se ha explicado al inicio de la memoria, podemos comenzar hablando de las funciones de excitación empleadas. Dichas excitaciones se han demostrado, a tenor de los resultados obtenidos, ser una buena manera de modelar los impulsos que viajan desde el cerebro hasta la médula con la información necesaria para la contracción de fibras musculares; sin embargo, como ya se comentó en el apartado 2.3, suponen una implementación poco ajustada a la realidad de dicha información. Sin embargo, el hecho de poder trabajar con una gama amplia de posibles funciones de excitación, y por tanto, de

reclutamiento de motoneuronas, así como el fácil manejo de las mismas, palia en gran medida la falta de rigurosidad en dicha implementación. Además, en este apartado se ha de recordar que el empleo de ese modelado de la excitación es punto de partida en ciertos artículos, como por ejemplo, el de Anna M. Taylor, Evangelos A. Christou y Roger M. Enoka, titulado *Multiple Features of Motor – Unit Activity Influence Force Fluctuations During Isometric Contractions*, el cual, a pesar de no ser uno de los pilares del proyecto, sí que se encuentra dentro del campo de investigación de éste; y además, también se basa en el artículo de Fuglevand que nos ha servido de referencia.

Por otro lado, y centrándonos de nuevo en Fuglevand, se puede observar como, a pesar de que su artículo sea de capital importancia, este proyecto no supone un simple traslado de sus fórmulas a nuestro código, sino que, apoyándonos también en el artículo ya nombrado de Moritz, este proyecto supone un compendio de las teorías que se reflejan en ambos acerca del reclutamiento de motoneuronas. En concreto, las matizaciones aportadas por Moritz se pueden considerar que perfeccionan los estudios de Fuglevand.

Centrándonos ya en los resultados obtenidos en el proyecto, el aspecto más positivo de estos es que se asemejan a representaciones de fuerzas musculares y de señales electromiográficas obtenidas en experimentos reales, de forma que se puede decir que tanto el desarrollo teórico del proyecto, como del código creado, pueden llegar a ser herramientas útiles en el estudio del reclutamiento de motoneuronas. Otra conclusión positiva que se puede sacar de los resultados, es el hecho de que abarcan varios puntos de interés dentro del estudio general del reclutamiento de motoneuronas. Dichos puntos se refieren a las relaciones que se observan entre: la excitación y la fuerza muscular, la excitación y los instantes de disparo de las motoneuronas reclutadas, los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas y la fuerza muscular, y por último, la relación entre la fuerza muscular y la señal electromiográfica, siendo esta última relación de gran interés, ya que como se ha explicado a lo largo de la memoria, no se ha descubierto todavía la manera exacta en la que se relacionan dichos parámetros.

Por último, centrándonos ahora en el tema de la estimación de excitación, hay que destacar que se trata de un apartado que no se ha trabajado con la misma profundidad que aquellos relacionados con la cadena: creación de músculo – creación de motoneuron pool – excitación – reclutamiento – fuerza – señal electromiográfica; pero que, sin embargo, supone el abrir una nueva línea de investigación a trabajar a partir de las fuerzas musculares que se obtengan.

Líneas futuras

La primera idea a la hora de desarrollar los resultados vistos en este proyecto, pasa por la mejora de detalles del mismo, como pueden ser la eficiencia del código o tratar de encontrar aquellas constantes, (como por ejemplo picos de tasas de disparo y mínimas tasas de disparo), que se adapten mejor a los resultados que se busquen. Dentro de este objetivo de optimización, será más difícil tratar de obtener modelos matemáticos de los instantes de disparo de las unidades motoras que reduzcan todo lo posible la aleatoriedad en su cálculo; así

como la búsqueda de una nueva forma más sencilla de calcular los coeficientes de variación de dichos instantes de disparo, de manera que no suponga la realización de un bucle excitación – reclutamiento – fuerza.

Otra posible línea de investigación será la mejora de los métodos creados para el cálculo de la estimación de la excitación a partir de la fuerza del músculo, o la creación de uno nuevo; ya que tal y como se ha comentado en el apartado de conclusiones, es un punto que no se ha trabajado con la misma profundidad que otros pertenecientes al proyecto, y que puede ser interesante en aplicaciones relacionadas con el proceso de reclutamiento de motoneuronas. También se podría investigar cómo implementar la excitación mediante funciones más acordes a la que realmente recorre las motoneuronas y viaja desde el cerebro hasta la médula, es decir, que tenga forma de impulsos; de manera que los resultados que se obtengan de fuerza muscular y señal electromiográfica no pierdan similitud con los obtenidos en este proyecto.

En cuanto al trabajo de obtención de señal electromiográfica, en este proyecto se ha trabajado suponiendo que se empleaban electrodos invasivos, por lo que una mejora evidente sería la implementación de la técnica de medición de señal electromiográfica usando electrodos de superficie.

6. Apéndice

En este apartado se explicarán con detalle los códigos de las funciones desarrolladas. Para cada uno de los bloques temáticos: excitación, reclutamiento, fuerza y EMG; se procederá de la misma manera. Primero se explicarán los códigos de las funciones que ellos emplean, y a continuación los correspondientes a la función que implementa el bloque entero. Para finalizar este apartado, se explicarán las funciones creadas para la estimación de excitación.

Bloque excitación

Función RTE:

```
function rte=RTE(i,RR)

%Parámetros de entrada:
% - i: número total de motoneuronas
% - RR: rango deseado de valores de Recruitment Threshold Excitation
%
%Parámetro de salida:
% - rte: excitaciones umbrales de reclutamiento, (Recruitment Threshold
% Excitation), de las unidades motoras que forman el músculo

a=(log(RR))/i;
k=1:i;%Índices de las unidades motoras
%Calculamos los RTE a partir de la fórmula proporcionada por Fuglevand
rte(k)=exp(a.*k);
```

Función *excitation*:

Ésta será la función encargada de implementar el bloque entero correspondiente a la función excitación.

```
function [E,tmax,pfr,Emax]=excitation(rte,f,p,c,t2,t3)

%Típicamente esta función va a constar de tres zonas. La primera de ellas
%será creciente en el tiempo, la segunda constante y la tercera decreciente.
%Parámetros de entrada:
% - rte: Recruitment Threshold Excitation de las motoneuronas
%POR DEFECTO EN CASO DE NO INTRODUCIRSE MANUALMENTE:
% - f: clase de función de excitación a elegir entre:
%      *'exp': función exponencial
%      *'ramp': función rampa
%      *'esc': función escalón
% - p: porcentaje de excitación, respecto a la máxima, que va a alcanzarse
% - c: parámetro que caracteriza el crecimiento de la función en la
%      primera zona
% - t2: duración de la segunda zona de la excitación [seg]
% - t3: duración de la tercera zona de la excitación [seg]
%
%Parámetros de salida:
% - E: Excitatory Drive Function a emplear, es decir, función excitación
%      encargada del reclutamiento de motoneuronas
% - tmax: duración, en segundos, de la E creada
% - pfr: matriz de Peak Firing Rate, es decir, matriz cuya cada una de
%      sus filas contiene los picos de tasa de disparo de las motoneuronas que
%      conforman el músculo.
% - Emax: excitación máxima. Es aquella excitación para la cual la
%      motoneurona de mayor índice alcanza su tasa pico de disparo.

%Primero comprobamos que, en caso de haberse introducido manualmente una
%clase de excitación, ésta pertenezca a uno de los tipos implementados. En
%caso contrario, aparecerá en pantalla un error advirtiéndonos de ello.
if nargin>=2
    if strcmp(f,'exp')==0 && strcmp(f,'ramp')==0 && strcmp(f,'esc')==0
        error('Tipo de función errónea.Introduce una de las siguientes:
exp,ramp,esc')
    end;
end;

ge=1;%Gain of the excitatory drive-firing rate relationship
MFR=(1:length(rte))*0.0575+7.5425;%Minimum Firing Rate [imp/s]

pfr=(1:length(rte))*0.096+17.504;%Peak Firing Rate [imp/s]

Emax=rte(length(rte))+(pfr(length(rte))-MFR(length(MFR)))/ge;%Maximum Excitation

%A continuación, si no se han introducido manualmente el total de
%parámetros de entrada, se les asigna valores a los que faltan, en función
%de la clase de excitación
if nargin<6
    if nargin==1
        f='exp';
        c=log(Emax)/4;
```

```

        p=100;
        t2=0;
    elseif nargin==2
        if strcmp(f,'exp')
            c=log(Emax)/4;
            t2=0;
        elseif strcmp(f,'ramp')
            c=Emax/4;
            t2=0;
        else
            c=log(Emax)/4;
            t2=4;
        end;
        p=100;
    elseif nargin==3
        if strcmp(f,'exp')
            c=log(Emax)/4;
            t2=0;
        elseif strcmp(f,'ramp')
            c=Emax/4;
            t2=0;
        else
            c=log(Emax)/4;
            t2=4;
        end;
    elseif nargin==4
        if strcmp(f,'exp')
            t2=0;
        elseif strcmp(f,'ramp')
            t2=0;
        else
            t2=4;
        end;
    end;
    t3=0;
end;

if nargin>=4 && c==0
    error('El parámetro de crecimiento de la función, c, debe ser distinto de 0');
end;

%Construimos la primera zona de la excitación según los parámetros
%introducidos
if strcmp(f,'exp')
    tz1=0:0.001:(log(Emax*p/100))/c;
    if p==0
        E1=0;
    else
        E1=exp(c*tz1).*(tz1<tz1(length(tz1)))+(Emax*p/100).*(tz1==tz1(length(tz1)));
    end;
elseif strcmp(f,'ramp')
    tz1=0:0.001:(Emax*p/100)/c;
    E1=(c*tz1).*(tz1<tz1(length(tz1)))+(Emax*p/100).*(tz1==tz1(length(tz1)));
else
    tz1=0:0.001:(log(Emax*p/100))/c;
    if p==0
        E1=0;
    else
        E1=zeros(1,length(tz1));
    end;
end;

```

```

end;

%Construimos la segunda zona de la excitación según los parámetros
%introducidos
if strcmp(f,'esc')
    E2=[E1 (Emax*p/100)*ones(1,round(t2/0.001))];
else
    E2=[E1 (E1(length(E1)))*ones(1,round(t2/0.001))];
end;

E=E2;

%Construimos la tercera zona de la excitación según los parámetros
%introducidos
if strcmp(f,'exp') && t3~=0
    tz3=(length(E2)-1)*0.001:0.001:t3+(length(E2)-1)*0.001;
    E3=exp(-(log(E(length(E)))/t3)*tz3+log(E(length(E)))*(1+0.001*(length(E2)-1)/t3));
    E=[E2 E3];
elseif strcmp(f,'ramp') && t3~=0
    tz3=(length(E2)-1)*0.001:0.001:t3+(length(E2)-1)*0.001;
    E3=-(E(length(E))/t3)*tz3+(E(length(E))/t3)*((length(E2)-1)*0.001+t3);
    E=[E2 E3];
else
    if t3~=0
        tz3=(length(E2)-1)*0.001:0.001:t3+(length(E2)-1)*0.001;
        E3=zeros(1,length(tz3));
        E=[E2 E3];
    end;
end;

tmax=(length(E)-1)*0.001;%Calculamos la duración, en segundos, de la E
pfr=ones(length(E),1)*pfr;%Creamos una matriz en la que cada fila contenga los
%Peak Firing Rate de las motoneuronas. El motivo de su construcción, es hacer más
%eficiente la implementación de códigos de otras funciones que la emplearán

```

Bloque reclutamiento

Función *ajusteInicial*:

Primero nos fijamos en una función que nos proporciona los coeficientes de regresión necesarios para calcular el coeficiente de variación según la fórmula vista en las referencias a Moritz, en concreto, el ΔForce que en ella aparecía. Todo el proceso que ello conlleva se puede considerar una iteración, ya que los coeficientes de variación de los ISI vamos a emplearlos en el bloque de reclutamiento, sin embargo, su cálculo implica el empleo de funciones pertenecientes al bloque de excitación, reclutamiento y fuerza. En concreto, para el cálculo del ΔForce es necesario el cálculo de la fuerza total de músculo para el valor de excitación que se da en ese momento. Sabemos que el procedimiento que usaremos de manera habitual a la hora de calcular la fuerza total del músculo, supondrá el empleo de las funciones pertenecientes a excitación – reclutamiento – fuerza; sin embargo, como el cálculo de los coeficientes de variación de los ISI se da con mucha mayor frecuencia, resulta poco eficiente, (elevado tiempo de simulación), usar dicha cadena de funciones. Por ello, se ha decidido

calcular las fuerzas a emplear en el cálculo del ΔForce , mediante coeficientes de regresión de la relación Porcentaje de Excitación máxima – Fuerza de músculo. Otra ventaja del empleo de regresión, es que sus coeficientes sólo son necesarios calcularlos una vez; sin embargo, se hallan mediante una función de MATLAB, *polyfit*, la cual nos devuelve los coeficientes tras haber introducido como parámetros de entrada valores de excitaciones y las correspondientes fuerzas totales medias de músculo, así como el orden de regresión; por lo que será necesaria la cadena de funciones excitación – reclutamiento – fuerza. Para explicarlo en detalle, cabe decir que para que la regresión sea lo más ajustada posible a la realidad, vamos a realizar 21 iteraciones correspondientes a 21 funciones de excitación tipo rampa con la primera zona de crecimiento y segunda zona de mantenimiento de nivel de excitación, yendo dicho nivel desde el 0% de la excitación máxima para la primera iteración hasta el 100% de la excitación máxima para la última iteración, habiendo un incremento de un 5% de excitación máxima entre dos iteraciones consecutivas. De esta manera conseguiremos los puntos necesarios para obtener los coeficientes de regresión.

Existe otro aspecto a analizar, y tiene que ver con que la función que emplea los coeficientes de regresión es *discharn*, la cual se explicará más adelante. Uno de sus parámetros de entrada son los coeficientes de regresión, sin embargo, también se emplea dentro del cálculo de los mismos, por lo que existe una especie de bucle en torno al empleo de esta función, que hemos resuelto haciendo que los coeficientes de regresión de entrada tomen valores nulos en caso de que *discharn* se esté empleando para el cálculo de los verdaderos coeficientes de regresión. Además, la función *discharn* detecta que dichos valores son nulos y lo que hace es asignar valor constante igual a 0.2 a los coeficientes de variación de los ISI en ese caso; el motivo por el que valga 0.2 es porque es el valor que les daba Fuglevand, es decir, se trata de una solución de compromiso.

En resumen tenemos:

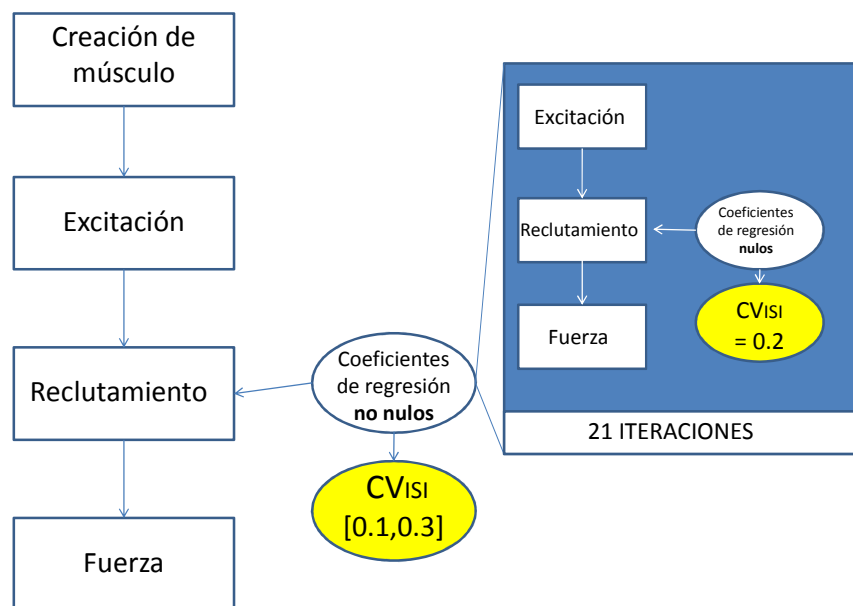


FIG. 78. Resumen del posicionamiento del cálculo de los coeficientes de variación de los ISI, dentro del desarrollo global del modelo de reclutamiento.

Por último, como se acaba de comentar, se podrá apreciar en el código de *ajusteInicial* que emplea funciones que aún no hemos explicado, pero que comentaremos más adelante.

```

function cr=ajusteInicial(rte,RP,RT,FMinUM)

%Parámetros de entrada:
% - rte: excitación umbral de reclutamiento de las unidades motoras
% - RP: rango de twitch forces
% - RT: rango de contraction times
% - FMinUM: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las
% que perteneces las fibras musculares del músculo
%
%Parámetro de salida:
% - cr: coeficientes de regresión correspondientes a la función fuerza
%media dependiente de la excitación ejercida sobre el músculo.

pE=0:5:100;%Porcentajes de excitación máxima que emplearemos para calcular sus
%correspondientes fuerzas musculares
avF=zeros(1,length(pE));%Vector que contendrá las fuerzas musculares medias para
%las distintas excitaciones empleadas

%En el siguiente bucle realizamos el proceso excitación - reclutamiento -
%fuerza para obtener todos los puntos necesarios (% de E,F) que serán
%empleados más adelante para el cálculo de los coeficientes de regresión
for i=1:length(pE)
    [Eb,tmax,pfr]=excitation(rte,'ramp',pE(i),6.395375,4);
    [tds,ISIs]=discharn(Eb,rte,tmax,pfr,[0 0 0 0],1);%Usamos como parámetro de
    %entrada los coeficientes de regresión [0 0 0 0]porque aún no hemos calculado
    %los verdaderos
    fij=twitchn(RP,RT,ISIs,FMinUM);
    Fi=firtdef(fij,tds);
  
```

```

Fm=mf(Fi,tds);
aux=find(Fm>=0.95*max(Fm));%Usamos como criterio a la hora de calcular la
%fuerza muscular media para una determinada excitación, el que se realice la
%media de aquellos valores de fuerza que tengan un valor de al menos el 95%
del
%máximo de fuerza obtenido para ese porcentaje de excitación
avF(i)=mean(Fm(aux(1):aux(length(aux))));%Media de la fuerza total del músculo
%en estacionario
end;
close all

%Calculamos los coeficientes de regresión de la relación (% de Emax,F)
cr=polyfit(pE,avF,3);

```

Función *FRn*:

Con esta función se calculan las tasas de disparo de las unidades motoras a lo largo del tiempo que dura la excitación empleada.

```

function fr=FRn(E,rte,pfr)

% Parámetros de entrada:
% - E: excitatory drive function
% - rte: Recruitment Threshold Excitation
% - pfr: matriz cuyas filas son todas iguales entre sí y equivalentes a
% los Peak Firing Rate, en impulsos/segundo, de las unidades motoras
%
% Parámetro de salida:
% - fr: matriz de las tasas de disparo de las unidades motoras
% (impulsos/segundo). Cada columna de índice i, contendrá las tasas de
% disparo de la unidad motora de índice i a lo largo del tiempo que dura
% la excitación

ge=1;%Gain of the excitatory drive-firing rate relationship
MFR=(1:length(rte))*0.0575+7.5425;%Minimum Firing Rate [imp/s] de las UM

E=E'*ones(1,length(rte));%Matriz cuyas columnas son todas iguales entre sí
%y equivalentes a la excitación empleada
rte=ones(size(E,1),1)*rte;%Matriz cuyas filas son todas iguales entre sí y
%equivalentes a los RTE de las unidades motoras
MFR=ones(size(E,1),1)*MFR;%Matriz cuyas filas son todas iguales entre sí y
%equivalentes a los MFR de las unidades motoras

%El motivo de operar con matrices, es el hacer más eficientes el cálculo de
%los FR de las unidades motoras a lo largo del tiempo que dura la
%excitación
%Primero calculamos los FR usando la fórmula vista en el artículo de
%Fuglevand
fr=(ge*(E-rte)+MFR).*(E>=rte);
fr=pfr.*(fr>=pfr)+fr.*(fr<pfr);%Limitamos los Firing Rate a un máximo de
%Peak Firing Rate (según la motoneurona)

```

Función *discharn*:

Esta función se encarga de proporcionarnos los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas y los ISI correspondientes.

```
function [tds,ISIs]=discharn(E,rte,tmax,pfr,cr,indic)

% Parámetros de entrada:
% - E: excitatory drive function
% - rte: Recruitment Threshold Excitation
% - tmax: tiempo total de simulación [s]
% - pfr: Peak Firing Rates de las unidades motoras (imp/seg)
% - cr: coeficientes de regresión (de la recta E-F)
% OPCIONAL
% - indic: valor de índice de unidad motora del cual se representa la
% tasa de disparo determinista, la tasa de disparo estocástica y la media
% móvil de la tasa de disparo estocástica. La tasa de disparo
% determinista será la representada en la fórmula que aparece en el
% apartado ya visto de Fuglevand. La tasa de disparo estocástica será la
% obtenida haciendo la inversa de la diferencia entre instantes de
% disparo consecutivos con componente aleatoria, que también se ha visto
% en el apartado de Fuglevand. Por último, la media móvil de la tasa de
% disparo estocástica se implementa creando una ventana móvil, de manera
% que se vaya calculando la media de los valores de tasas de disparo de
% la función tasa de disparo estocástica que estén contenidas dentro de
% la ventana.
%
% Parámetros de salida:
% - tds: tiempos de descarga de las motoneuronas bajo estudio (s)
% - ISIs: diferencias de tiempos entre descargas consecutivas para
% cada motoneurona (s)

%Inicializamos el índice que señalará qué motoneurona estamos tratando
i=1;

%Calculamos las tasas de disparo (imp/s) de las unidades motoras
fr=FRn(E,rte,pfr);
%Inicializamos distintas variables
tdis=zeros(size(fr));%Variable auxiliar
tds=cell(1,size(fr,2));
ISIs=cell(1,size(fr,2));
CV=cell(1,size(fr,2));%Coeficientes de Variación de ISIs (o de tds, valen
%las dos interpretaciones)
ge=1;%Gain of the excitatory drive-firing rate relationship
MFR=(1:length(rte))*0.0575+7.5425;%Minimum Firing Rate [imp/s]
paux=pfr(size(pfr,1),size(pfr,2));%Peak Firing Rate de la última MU
Emax=rte(length(rte))+(paux-MFR(length(MFR)))/ge;%Maximum Excitation

%Calcularemos los tds e ISIs de todas las motoneuronas reclutadas mientras
%las tasas de disparo de las mismas no sean nulas
while i<=size(fr,2) && isempty(find(isfinite(1./fr(:,i))))==0
    aux1=find(isfinite(1./fr(:,i)));
    taux=(aux1(1)/1000)-0.001;
    t=taux+0.0001;
    j=aux1(1);%j señala el índice de la primera tasa de disparo no nula de
    %la unidad motora de índice i
    k=1;
```



```

%Mientras no acabe la excitación y no sean nulas las tasas de disparo
%de la unidad motora i, calcularemos la componente determinista de los
%instantes de disparo de la unidad motora i
while t<tmax && 1/fr(j,i)<Inf
    %Incrementamos la variable t hasta encontrar una diferencia de
    %tiempos igual a la inversa de la tasa de disparo
    while t-taux<1/fr(j,i)
        t=t+0.0001;
    end;
    %La variable t será la componente determinista del instante de
    %disparo número k de la unidad motora i
    tdis(k,i)=t;
    k=k+1;
    %A continuación nos situamos en el siguiente disparo
    while t>j/1000
        j=j+1;
    end;
    taux=t;
    t=taux+0.0001;
end;
aux2=tdis(:,i);
aux2=aux2.*(aux2<=tmax);
%En aux3 almacenaremos todos las componentes deterministas de los
%instantes de disparo no nulos de la unidad motora de índice i
aux3=aux2(find(isfinite(1./aux2)));
if isempty(aux3)==0
    %A continuación realizamos un ajuste de los Tiempos de Descarga,
    %calculamos su componente aleatoria según la fórmula vista en Fuglevand
    cv=zeros(1,length(aux3));%Coefficient of variation
    d=cat(1,0,diff(aux3));
    Z=normrnd(0,1.25,length(aux3),1);
    Z=-2.6*(Z<-2.6)+2.6*(Z>2.6)+Z.*(abs(Z)<=2.6);
    %Definimos aux4 para almacenar en ella más adelante los instantes de
    %disparo de la unidad motora i, incluyendo componente determinista y
    %aleatoria
    aux4=zeros(1,length(aux3));
    aux4(1)=aux3(1);%Definimos de manera separada el primer instante de
    %disparo porque tendrá un tratamiento diferente a los demás
    Ea=E(floor(aux3*1000));%Almacenamos en Ea los valores de la excitación
    %en los instantes de disparo de la unidad motora i
    deltaf=zeros(1,length(aux3));
    %Calculamos la fuerza muscular que se obtiene aplicando los
    %coeficientes de regresión sobre un 100% de excitación máxima
    femax=cr(4)+cr(3)*100+cr(2)*100^2+cr(1)*100^3;
    %Ahora calculamos los coeficientes de variación de los ISI de la unidad
    %motora de índice i aplicando la fórmula de Moritz
    for l=1:length(aux3)
fe=cr(4)+cr(3)*Ea(l)*100/Emax+cr(2)*(Ea(l)*100/Emax)^2+cr(1)*(Ea(l)*100/Emax)^3;

fei=cr(4)+cr(3)*rte(i)*100/Emax+cr(2)*(rte(i)*100/Emax)^2+cr(1)*(rte(i)*100/Emax)^
3;
        if fe>fei
            deltaf(l)=(fe-fei)*100/femax;
        else
            deltaf(l)=0;
        end;
        cv(l)=(10+20*exp(-deltaf(l)/2.5))/100;
    end;
%Si los coeficientes de regresión de entrada son nulos, todos los

```

```

%coeficientes de variación de los ISI de la unidad motora i van a valer
%0.2, (valor tomado de Fuglevand); en caso contrario, los coeficientes
%de variación se limitan al rango [0.1,0.3]
if cr==[0 0 0 0]
    cv=cv-cv+0.2;
else
    cv=0.1.*(cv<=0.1)+cv.*(cv>0.1);
    cv=0.3.*(cv>=0.3)+cv.*(cv<0.3);
end;
CV(i)={cv};
%A continuación introducimos variación aleatoria en el primer instante
%de disparo de la unidad motora i. El valor final de dicho instante
%tendrá que ser igual o superior al que tenía
ini=aux4(1);
aux4(1)=ini*(1+normrnd(0,0.3,1,1)*0.0001);
aux4(1)=aux4(1).*(aux4(1)>ini)+ini.*(aux4(1)<=ini);
%Calculamos los instantes de disparo distintos al inicial, tomando en
%cuenta componente determinista y aleatoria
for l=2:length(aux3)
    aux4(l)=aux4(l-1)+d(l)*Z(l)*cv(l)+d(l);
end;
aux4=aux4';
%Finalmente nos quedamos con los instantes de disparo recién calculados
%que no sean nulos y que sean menores que la duración de la excitación
aux4=aux4.*(aux4<=tmax);
aux4=aux4(find(isfinite(1./aux4)));
%Finalmente guardamos los valores de los ISI y de los instantes de
%disparo de la unidad motora de índice i
ISIs(i)={cat(1,aux4(1),diff(aux4))};
tds(i)={aux4};
end;
%Incrementamos el índice de unidad motora para pasar a tratar la
%siguiente en la próxima iteración de este bucle
i=i+1;
end;

%En el siguiente bloque reduciremos el tamaño de las celdas ISIs y tds,
%eliminando aquellas unidades motoras que no han sido reclutadas
%La variable s nos servirá de referencia para saber si ISIs y tds están
%totalmente vacías o no
s=0;
for i=1:length(tds)
    %Si tds no está totalmente vacía, almacenamos en e los instantes de
    %disparo de las unidades motoras reclutadas
    if isempty(tds{i})==0
        e{i}=tds{i};
        s=s+1;
    end;
end;
%Si s vale 0 significa que no se ha reclutado ninguna motoneurona, por lo
%que eliminamos tds; en caso contrario, en tds pasamos a tener únicamente
%los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas
if s~=0
    tds=e;
    clear e;
else
    tds=[];
end;
%Repetimos el anterior proceso, en este caso para las ISIs
s=0;

```

```

for i=1:length(ISIs)
    if isempty(ISIs{i})==0
        e{i}=ISIs{i};
        s=s+1;
    end;
end;
if s~=0
    ISIs=e;
    clear e;
else
    ISIs=[];
end;
%Ahora representaremos los coeficientes de variación de los ISI de las
%unidades motoras 10, 80 y 120 en el caso de que éstas hayan sido
%reclutadas
if cr~= [0 0 0 0]
    if length(CV)>=10
        subplot(3,1,1);
        plot(CV{10},'--rs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k',...
            'MarkerFaceColor','g','MarkerSize',2)
        xlim([1 10])
        xlabel('Número de muestra')
        ylabel('Coeficiente de variación')
        title('CV de ISI de UM número 10, en estado "estacionario");
    end;

    if length(CV)>=80
        subplot(3,1,2);
        plot(CV{80},'--rs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k',...
            'MarkerFaceColor','g','MarkerSize',2)
        xlim([1 10])
        xlabel('Número de muestra')
        ylabel('Coeficiente de variación')
        title('CV de ISI de UM número 80, en estado "estacionario");
    end;

    if length(CV)>=120
        subplot(3,1,3);
        plot(CV{120},'--rs','LineWidth',2,'MarkerEdgeColor','k',...
            'MarkerFaceColor','g','MarkerSize',2)
        xlim([1 10])
        xlabel('Número de muestra')
        ylabel('Coeficiente de variación')
        title('CV de ISI de UM número 120, en estado "estacionario");
    end;
end;
if nargin==6
    figure
end;

%Si el usuario ha decidido que quiere ver la tasa de disparo de una
%motoneurona a lo largo del tiempo, así como la evolución de su media; se
%representan dichos parámetros en una gráfica
if nargin==6 && isempty(tds)==0
    wt=1000;%Tamaño de la ventana móvil [ms]
    plot(fr(:,indic),'rs','MarkerSize',1);%Representamos la FR determinista
    hold on;
    %Calculamos y representamos la FR estocástica sin empleo de promediado
    %móvil, por lo que no estará equiespaciada en el tiempo.

```

```

auxx=(1./ISIs{indic});
plot(tds{indic}*1000,auxx,'g');
%Calculamos la media móvil de FR estocástica
tpass=15;%Paso de tiempo (ms)
k=1;sum=wt;sumt=0;
t=tds{indic};
av=zeros(1,floor(max(tds{indic})*1000/tpass)+1);%En av guardaremos los
%valores de la media móvil de la FR estocástica de la unidad motora de
%índice 'indic'
%Se operará en el siguiente bucle mientras no nos pasemos del instante
%del último disparo de la unidad motora 'indic'
while max(tds{indic})*1000>sumt
    %Calculamos la media móvil número k,empleando aquellos instantes de
    %disparo comprendidos dentro de la ventana móvil situada
    %temporalmente entre (k-1)*tpass y wt+(k-1)*tpass
    aux=find(tds{indic}*1000<=sum);
    aux2=t(aux);
    aux3=find(sumt<aux2*1000);
    av(k)=length(aux3)/wt;
    sum=sum+tpass;
    sumt=sumt+tpass;
    k=k+1;
end;
%Finalmente representamos la media móvil de FR estocástica; y la
%leyenda correspondiente a todas las gráficas creadas (unidades:
%impulsos/segundo)
plot(((1:length(av))*max(tds{indic}))/length(av)*1000,av*1000,'b');
legend('FR determinista','FR estocástica','Media móvil de FR estocástica',4)
end;

```

Función *recruitment*:

Implementa el bloque correspondiente al reclutamiento de unidades motoras.

```

function tds=recruitment(rte,RP,RT,FMinUM,E)

%Parámetros de entrada:
% - rte: umbral de reclutamiento de las unidades motoras
% - RP: rango de peak twitch forces
% - RT: rango de contraction times
% - FMinUM: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las
% que pertenecen las fibras musculares del músculo
%OPCIONAL ((SI NO SE INTRODUCE MANUALMENTE, SE LE ASIGNA VALOR POR DEFECTO)
% - E: excitación (a lo largo de ms) que se va a emplear para reclutar
% unidades motoras.
%
%Parámetro de salida:
% - tds: instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas (s)

%Si no hemos introducido una excitación como parámetro de entrada, esta
%función crea una de tipo rampa con primera zona de crecimiento y segunda
%de nivel constante (constante igual a excitación máxima)
if nargin<5
    E=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,4);
end;

```

```

%Calculamos los coeficientes de regresión correspondientes a la función
%fuerza media dependiente de la excitación ejercida sobre el músculo
cr=ajusteInicial(rte,RP,RT,FMinUM);
%Calculamos el resto de parámetros necesarios de entrada a la función
%discharn
pfr=(1:length(rte))*0.096+17.504;%Peak Firing Rate [imp/s]
pfr=ones(length(E),1)*pfr;
tmax=(length(E)-1)*0.001;
%Obtenemos los instantes de disparo de las unidades motoras reclutadas
%gracias a tds. cr nos ayudará a calcular los coeficientes de variación de
%los ISI
tds=discharn(E,rte,tmax,pfr,cr);%NOTA: se podría añadir como último argumento
%de entrada el índice de una UM de la cual se quiera representar sus FR

figure

```

Bloque fuerza

Función *twitchn*:

Va a calcular las contracciones de las unidades motoras reclutadas para sus instantes de disparo; es decir, implementa la parte más complicada del bloque de fuerza. Lo hará teniendo en cuenta el modelo de músculo con el que trabaja y con lo visto en el artículo de Fuglevand.

```

function [fij,P,T]=twitchn(RP,RT,ISIs,FMinUM)

%Parámetros de entrada:
% - RP: rango de peak twitch forces
% - RT: rango de contraction times
% - ISIs: diferencias de tiempos entre descargas consecutivas para cada
% motoneurona [s]
% - FMinUM: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las
% que perteneces las fibras musculares del músculo
%
%Parámetros de salida:
% - fij: contracciones de las unidades motoras reclutadas para cada uno
% de sus instantes de disparo
% - P: picos de fuerza de contracción de las unidades motoras reclutadas
% - T: tiempos de contracción de las unidades motoras reclutadas

i=length(ISIs);%i nos indica cuantas UM han sido reclutadas
fij=cell(1,i);%Almacenaremos solamente las contracciones de UM reclutadas
nftot=length(FMinUM);%Calculamos el número total de fibras musculares

%Si se ha reclutado alguna unidad motora, calculamos fij, P y T
if isempty(ISIs)==0
    for aux=1:i
        nf(aux)=length(find(FMinUM==aux));%Nº de fibras de la UM reclutada de
índice aux
    end;
    %Ptot será el sumatorio de todos los P de las UM reclutadas
    Ptot=RP*nftot/nf(i);
    k=1:i;
    %A continuación, calculamos cada P de una UM como el producto del nº de

```

```

%fibras de dicha UM por la potencia total, dividido entre el número de
%fibras totales del músculo
P=nf*Ptot/nftot;
%Calculamos T a partir de la fórmula vista en Fuglevand
Tl=90;%Longest Duration Contraction time desired for the pool [ms]
c=(log(RP))/(log(RT));
T(k)=Tl*(P).^(-1/c);%Contraction Time [ms]
T=T/1000;%Contraction Time [s]
%Ahora calculamos la contracción de cada UM reclutada sin tener en
%cuenta la ganancia gij
tt=10*max(T);%Tiempo total de cálculo de f para cada twitch [s]
t=0:0.001:tt;
a=t.*(1./T);
a=a.*exp(1-a);
b=ones(1,length(t))*P;
f=b.*a;
%Finalmente calculamos las contracciones de las UM reclutadas teniendo
%en cuenta la ganancia gij
for k=1:i
    stra=(1./ISIs{k})*T(k);%Stimulus Rate
    sigm=1-exp(-2*(stra.^3));%Sigmoid(S)
    gij=(sigm./stra).*(stra>0.4)+1*(stra<=0.4);%Gain(nonlinear force
behavior)
    fij(k)={gij*f(:,k)'};
end;
else
    P=[];%Vector de P en caso de no haberse reclutado ninguna UM
    T=[];%Vector de T en caso de no haberse reclutado ninguna UM
end;

```

Función *frtdef*:

Se encarga del cálculo de las fuerzas individuales de cada unidad motora reclutada.

```

function Fi=frtdef(fij,tds)

%Parámetros de entrada:
% - fij: Motor-Unit Twitch de las UMs
% - tds: Times of Discharges,Summary [s]
%
%Parámetro de salida:
% - Fi: Force Response to a Train of Discharges para las distintas
% unidades motoras

%Guardaremos en una celda las aportaciones de cada una de las UM reclutadas
%a la fuerza total de músculo
Fi=cell(1,length(fij));
for i=1:length(fij)
    aux=fij{i};
    l=length(aux(1,:));
    a=tds{i};
    b=round(a/0.001)+1;%Tenemos en b todos los instantes de disparo, en ms,
    %de la UM de índice i
    z=[zeros(1,b(1)) aux(1,:)];%Construimos el primer tramo de fuerza
    %creada por la UM de índice i
    for j=2:size(aux,1)

```

```

        z=[z zeros(1,1+b(j)-length(z))];%Ampliamos la fuerza que llevamos
        %construida añadiendo ceros hasta el instante de disparo número j
        zx=zeros(1,b(j)) aux(j,:);%Creamos el tramo de fuerza
        %correspondiente a la contracción j en el instante de disparo j
        z=z+zx;%La fuerza de la unidad motora i se verá incrementada por la
        %contracción j en el instante de disparo j
    end;
    Fi(i)={z};
end;

```

Función *mf*:

Gracias a ella obtenemos la fuerza total del músculo.

```

function Fm=mf(Fi,tds,infer,super)

%Parámetros de entrada:
% - Fi: Force Response to a train of discharges (where i is one of the
%   UMs)
%OPCIONALES:
% - tds: Tiempos de Descarga de las motoneuronas (seg)
% - infer: índice de la primera motoneurona de la que se quiere
%   representar sus tds
% - super: índice de la última motoneurona de la que se quiere
%   representar sus tds
%
%Parámetro de salida:
% - Fm: Total Muscle Force

%El proceso para calcular Fm será distinto en caso de que se hayan
%reclutado o no unidades motoras
if isempty(Fi)==0 %En caso de que sí se haya reclutado alguna UM
    m=size(Fi{1},2);
    %Guardaremos en m la mayor longitud de todas las Fi
    for i=2:size(Fi,2)
        if size(Fi{i},2)>m
            m=size(Fi{i},2);
        end;
    end;
    %Hacemos que todas las Fi tengan longitud m, añadiendo ceros
    for i=1:size(Fi,2)
        Fi{i}=[Fi{i} zeros(1,m-size(Fi{i},2))];
    end;
    Fm=zeros(size(Fi{1}));%Reservamos espacio necesario para almacenar la
    %fuerza total del músculo
    %Ahora calcularemos la fuerza del músculo realizando el sumatorio de
    %las Fi, (por esto era necesario que todas las Fi tuviesen la misma
    %longitud)
    for i=1:length(Fi)
        Fm=Fm+Fi{i};
    end;
    %Representamos la fuerza total recién calculada
    plot(Fm);
    xlabel('Tiempo (ms)')
    ylabel('Fuerza total del músculo (unidades arbitrarias)')
    %Si hemos introducido varios parámetros de entrada, representamos los
    %instantes de disparo de una o varias unidades motoras, (dependiendo

```

```

%del valor de infer y super)
if nargin>1
    hold on;
    %Si no se han introducido infer y super, se les asigna valores por
    %defecto de manera que se representen los instantes de disparo de
    %todas las UM reclutadas
    if nargin<3
        infer=1;
        super=length(Fi);
    end;
    for i=infer:super

plot(tds{i}*1000,ones(1,length(tds{i}))*((i/120)*(max(Fm)/2),'rs','MarkerSize',1);
    end;
    legend('Total Muscle Force','Times of discharges',2)
    %Si sólo hemos introducido un parámetro de entrada, sólo se representa
    %la fuerza total del músculo
    else
        legend('Total Muscle Force',2)
    end;
else %Si no se recluta ninguna UM, la fuerza de músculo será nula
    Fm=zeros(1,10000);
    plot(Fm);
    xlabel('Tiempo (ms)')
    ylabel('Fuerza total del músculo (unidades arbitrarias)')
end;

```

Función force:

Es la encargada de representar al bloque correspondiente al cálculo de la fuerza, yendo desde las contracciones de las unidades motoras reclutadas hasta la fuerza total muscular. Además, representaremos los ISI, (de las unidades motoras reclutadas), correspondientes a la zona de nivel de excitación constante.

```

function Fm=force(tds,RP,RT,FMinUM)

%Parámetros de entrada:
% - tds: instantes de descarga de las motoneuronas reclutadas
% - RP: rango de peak twitch forces
% - RT: rango de contraction times
% - FMinUM: vector que contiene los índices de las unidades motoras a las
% que pertenecen las fibras musculares del músculo
%
%Parámetro de salida:
% - Fm: Total Muscle Force

%Empleamos la misma parte de código que empleamos en la función discharn,
%para la obtención de los ISIs de las UM reclutadas
ISIs=cell(1,size(tds,2));
if isempty(ISIs)==0
    for i=1:length(tds)
        aux=tds{i};
        ISIs(i)={cat(1,aux(1),diff(aux))};
    end;
    for i=1:length(ISIs)

```



```

        if isempty(ISIs{i})==0
            e{i}=ISIs{i};
        end;
    end;
    ISIs=e;
end;

%Calculamos las contracciones de las UM reclutadas para los distintos
%instantes de disparo
fij=twitchn(RP,RT,ISIs,FMinUM);
%Ahora obtenemos las fuerzas de cada una de las unidades motoras
Fi=frtdef(fij,tds);
%Finalmente tendremos la fuerza total del músculo
Fm=mf(Fi,tds);%NOTA: de manera opcional se representan los instantes de
disparo
%de las unidades motoras de índices [infer,super]

figure

%En ISIAux guardaremos los ISI de las UM reclutadas, pero sólo aquellos ISI
%pertenecientes a la zona de nivel de excitación constante. Para ello,
%usaremos como condición, que sean aquellos ISI que se dan a partir del
%momento en que tenemos valores de fuerza muscular de al menos el 95% de la
%máxima fuerza de músculo
ISIAux=cell(1,size(tds,2));
for i=1:length(tds)
    aux=tds{i};
    aux2=find(Fm>=0.95*max(Fm));
    aux=aux.*(tds{i}*1000>=aux2(1));
    aux=aux(find(isfinite(1./aux)));
    ISIAux(i)={diff(aux)};
end;

m=0;
for i=1:length(tds)
    maux=m;
    m=m.*(m>=max(ISIAux{i}))+max(ISIAux{i}).*(m<max(ISIAux{i}));
    if isempty(m)==1
        m=maux;
    end;
end;

%Representaremos, en caso de que hayan sido reclutadas, los ISIAux de las
%UM de índice 15, 55, 85 y 120
if length(ISIAux)>=15 && isempty(ISIAux{15})==0
    subplot(4,1,1);
    hist(ISIAux{15},0:0.0005:max(ISIAux{15}));
    xlim([0 m])
    title('Histograma de ISIs de UM número 15, en estado "estacionario"');
end;
if length(ISIAux)>=55 && isempty(ISIAux{55})==0
    subplot(4,1,2);
    hist(ISIAux{55},0:0.0005:max(ISIAux{55}));
    xlim([0 m])
    title('Histograma de ISIs de UM número 55, en estado "estacionario"');
end;
if length(ISIAux)>=85 && isempty(ISIAux{85})==0
    subplot(4,1,3);
    hist(ISIAux{85},0:0.0005:max(ISIAux{85}));
    xlim([0 m])

```

```

    title('Histograma de ISIs de UM número 85, en estado "estacionario"');
end;
if length(ISIaux)==120 && isempty(ISIaux{120})==0
    subplot(4,1,4);
    hist(ISIaux{120},0:0.0005:max(ISIaux{120}));
    xlim([0 m])
    title('Histograma de ISIs de UM número 120, en estado "estacionario"');
end;

if length(ISIaux)>=15 && isempty(ISIaux{15})==0
    figure
end;

```

Bloque señal electromiográfica

Función *IAP*:

Calcula la primera derivada del IAP de cada una de las fibras musculares. Se emplea dicha derivada porque se sigue el modelo de Dimitrov – Dimitrova para el cálculo de los SFAP, a partir de los cuales se hallan los MUAP.

```

function iap1=IAP(tfin_ref,ts)

%Parámetros de entrada:
%   - tfin_ref: tiempo que dura la simulación de la señal EMG
%   - ts: intervalo de muestro en ms (solemos emplear ts=0.05)
%
%Parámetro de salida:
%   - iap1: derivada primera del Intracellular Action Potential

t=0:ts:tfin_ref;

%Definimos los parámetros del IAP para el caso de trabajar con músculos
%normales
A1=1690.3;A2=10;A3=1;A4=8.5;A5=0.015;A6=0.8;

%Calculamos el IAP
iap0=A1*( (A3*(t.^3) + A2*(t.^2) -A4*A5*t -A5).*exp(-A4*t) +A5 ).*exp(-A6*t);

% Calculamos la primera derivada de iap0, que será iap1
iap1=diff(iap0)/ts;

```

Función *IRdivel*:

```

function IRdimit=IRdivel(L1,L2,diam,r,z_0,z_ep,ts,Kan,v)

%Parámetros de entrada:
%   - L1: longitud de la parte derecha de las fibras (mm)
%   - L2: longitud de la parte izquierda de las fibras (mm)
%   - diam: diámetro de la fibra (um)
%   - r: distancia radial de la fibra hasta el electrodo (mm)

```

```

% - z_0: posición longitudinal del electrodo respecto del origen de
% coordenadas (mm)
% - z_ep: posición longitudinal del end-plate de la fibra (mm)
% - ts: intervalo de muestreo (ms)
% - Kan: constante
% - v: velocidad de propagación en la fibra muscular (m/s)
%
%Parámetros de salida:
% - IRdimit: primera derivada de la función respuesta impulsional de una
% fibra muscular

%Definimos las constantes
v_med_dd=3.7;v_med_ns=3.7;
sigma_i_ns=0.6;sigma_r_ns=0.063;
sigma_i_dd=0.0025;sigma_r_dd=0.063;

%Cálculos previos
aux1=floor((L1/v)/ts+1);
aux2=floor((L2/v)/ts+1);
knste=1/(4*pi*sigma_r_ns);
t1=0:ts:aux1*ts; %intervalo de tiempo para la parte de longitud L1
t2=0:ts:aux2*ts; %intervalo de tiempo para la parte de longitud L2

%Por último calculamos la respuesta impulsional de la fibra según la
%fórmula de Dimitrov - Dimitrova, que es equivalente a calcular la primera
%derivada de la IR
IR1=zeros(1,aux1);
IR2=zeros(1,aux2);
IR= zeros(1,aux1);
posit=(z_0-z_ep);%diferencia entre la z del electrodo y la z del end-plate
%IR1 será la respuesta impulsional correspondiente a la parte derecha de la
%fibra, e IR2 el de la parte izquierda
IR1= (posit-v*t1)./((( posit-v*t1).^2 + Kan*(r^2) ).^(3/2));
IR2= -(posit+v*t2)./((( posit+v*t2).^2 + Kan*(r^2) ).^(3/2));

%Para sumar las contribuciones de las partes derecha e izquierda de la
%fibra, IR1 e IR2 deben de tener la misma longitud, y una vez se cumpla dicha
%condición, se suman IR1 e IR2
if aux1>aux2
    IRbux=[IR2,zeros(1,length(IR1)-length(IR2))];
    Hder_d=IR1;
    Hizq_d=IRbux;
    IRdimit=(IRbux+IR1);
else
    IRbux=[IR1,zeros(1,length(IR2)-length(IR1))];
    Hder_d=IRbux;
    Hizq_d=IR2;
    IRdimit=(IRbux+IR2);
end

IRdimit=IRdimit.*diam^2*1e-6; %este factor es necesario hacerlo para cada
%fibra porque el diámetro puede cambiar

```

Función *cmup*:

Calcula el CMUP o MUAP de las fibras musculares cuyas distancias radiales hasta el electrodo, velocidades de propagación y posiciones de end-plate, se especifican.

```
function muap=cmup(M,k,param,fs,Tsim)

%Parámetros de entrada:
% - M: vector que contiene en el orden: [rve rve rve...rve]; las
% distancias radiales (r), las velocidades (v) y los end-plates (e) de
% las fibras musculares con las que trabajamos
% - k: constante de valor 3 para que sea más fácil la transición del uso
% de la función "c_mup" a "cmup"
% - param: será el conjunto de parámetros de entrada de diseño, será un
% vector del tipo: [L1 L2 z 0]
% - fs: frecuencia de muestreo (kHz)
% - Tsim: tiempo de simulación (ms)
%
%Parámetro de salida:
% - muap: calcula el CMUP o MUAP del conjunto de fibras cuyas distancias
% radiales hasta el electrodo, velocidades de propagación y posiciones de
% end-plate, vienen reflejadas en el vector M

% Tomamos los parámetros r, v, e de entrada:
A=reshape(M,3,length(M)/3);
r=A(1,:);
v=A(2,:);
e=A(3,:);

%%%% DISEÑO IR %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
L1=param(1);%Longitud de la parte derecha de las fibras
L2=param(2);%Longitud de la parte izquierda de las fibras
d=(v-3.7)/0.05+55; Kan=5; sigma_i_sigma_an=3;%Diámetros de las fibras a
%partir de las velocidades de propagación de éstas
z=param(3);%Posición longitudinal del electrodo
ts=1/fs; %Intervalo de muestro(solemos emplear fs=20 kHz)

Ce=Kan*sigma_i_sigma_an/16; %Constante (en mm^2*mV)

%%%% CÁLCULO IAP %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
iap1=IAP(Tsim,ts); %En iap1 obtenemos la primera derivada de IAP, ya que
%vamos a realizar el cálculo de CMUP basándonos en el modelo de SFAP de
%D-D(Dimitrov - Dimitrova)

% Calculamos la CIR (Common Impulse Response)
aux1=max(L1./v);
aux2=max(L2./v);
lv=max([aux1 aux2]);
cir=zeros(1,(floor(lv/ts)+1)+1);
%Para calcular CIR realizamos el sumatorio de las respuestas
%impulsionales, IR, de las fibras musculares
for i=1:length(v)
    irdim=IRdivel(L1,L2,d(i),r(i),z,e(i),ts,Kan,v(i));
    irdim=[irdim zeros(1,length(cir)-length(irdim))];
    cir=cir+irdim;
end;
```

```

% Finalmente calculamos el CMUP
%Para ello, realizamos la convolución de CIR con la primera derivada de
%IAP
muap = Ce * conv(cir,-iapl)*ts;
if length(muap)>floor(Tsim*fs)+1
    %Si el CMUP es de mayor longitud que el tiempo de simulación,
    %eliminamos las muestras de CMUP que sobrepasan dicho tiempo
    muap(floor(Tsim*fs)+2:length(muap))=[];
else
    %Si no tenemos suficientes muestras para cubrir el tiempo de
    %simulación,añadimos ceros al CMUP calculado
    muap=[muap zeros(1,floor(Tsim*fs)+1-length(muap))];
end;

```

Función *MUAPdef*:

Nos proporciona el MUAP de las fibras musculares de las unidades motoras que le indiquemos. La diferencia con *cmup*, es que en este caso dichas fibras tienen que ser detectadas por el electrodo empleado.

```

function m=MUAPdef(f,FMinUM,posFM,eFM,vFM,elecX,elecY,elecZ,re,fs)

%Parámetros de entrada:
% - f: unidad motora de la que se calcula el MUAP
% - FMinUM: nos indican a qué unidad motora pertenece cada fibra
% - posFM: nos indica las coordenadas (x,y) de las fibras
% - eFM: nos indica la posición (z) del end-plate de cada fibra
% - vFM: nos indica la velocidad de propagación de cada fibra
% - elecX: coordenada x del electrodo
% - elecY: coordenada y del electrodo
% - elecZ: coordenada z del electrodo
% - re: radio del electrodo
% - fs: frecuencia de muestreo (kHz)
%
%Parámetro de salida:
% - m: MUAP de las fibras de la unidad motora indicada en f

%r será la distancia radial del electrodo, v las velocidades de propagación
%en las fibras, y e serán las posiciones de los end-plate de las fibras
r=[];v=[];e=[];

%Primero nos quedamos con las fibras musculares que pertenecen a la unidad
%motora de la cual vamos a calcular el MUAP
aux=find(FMinUM==f);

%De entre dichas fibras, nos quedamos con aquellas contenidas dentro del
%electrodo
aux2=(elecX-posFM(aux,1)).^2+(elecY-posFM(aux,2)).^2;
aux3=find(aux2<=re^2);

%Construimos los vectores x,y; a partir de ellos calculamos el vector rbis,
%el cual servirá para introducir las distancias radiales de estas fibras en
%el vector r. ebis y vbis serán las posiciones de los end-plate y
%velocidades de propagación (respectivamente) de las mismas fibras; y

```

```

%servirán para completar los vectores e y v.
x=posFM(aux(aux3),1);
y=posFM(aux(aux3),2);
ebis=eFM(aux(aux3));
vbis=vFM(aux(aux3));
rbis=sqrt((elec-x).^2+(elec-y).^2);

e=cat(1,e,ebis);
v=cat(1,v,vbis);
r=cat(1,r,rbis);

r=r';v=v';e=e';
%Construimos la matriz A, que contendrá los vectores r,v y e
A=[r; v; e];
%En M tendremos un vector que contendrá las componentes de r,v y e; con la
%forma [r1 v1 e1 r2 v2 e2 ... rN vN eN]
M=A(:)';
if size(M,2)==0 %Si no se detecta ninguna fibra activa con el electrodo
    m=zeros(400,1);%El MUAP será nulo
else %Si tenemos fibras activas detectadas por el electrodo
    m=cmup(M,3,[40 40 elec 0],fs,20);%MUAP de las fibras tratadas, el
    %cual tendrá 20 ms de duración
end;

```

Función *EMGsignal*:

Calcula la señal electromiográfica que resulta de la excitación de las unidades motoras del músculo bajo estudio, y de su detección mediante electrodo.

```

function [semg,sEMG]=EMGsignal(muap,tds,fs)

%Parámetros de entrada:
% - muap: MUAP de cada una de las unidades motoras
% - tds: Times of Discharges,Summary (s)
% - fs: Sample Frequency (kHz)
%
%Parámetros de salida:
% - semg: señal EMG resultante de la excitación de las motoneuronas
% - sEMG: celda que contiene la aportación de cada una de las unidades
% motoras reclutadas a la señal EMG

sEMG=cell(1,length(muap));
if isempty(tds)==0 %Si se han reclutado unidades motoras
    %Primero obtenemos la parte de la señal EMG correspondiente a cada una de
    %las unidades motoras
    k=1:length(tds);
    v=max(vertcat(tds{k}));%Busco el mayor instante de disparo de entre todas
    %las unidades motoras
    inst=zeros(1,floor(v(length(v))*1000*fs)+1);
    for i=1:length(tds)
        aux=muap{i};
        a=tds{i};
        posd=round(a*1000*fs);%Detectamos las posiciones de los instantes de
        %disparo de la unidad motora i
        inst(posd)=1;%Creamos un peine de Dirac con dichos instantes
        sEMG(i)={conv(inst,aux)}; %Convolucionamos el peine de Dirac con el
        %MUAP de la UM de índice i, para obtener la parte de señal EMG
    end
end

```

```

        %correspondiente a dicha unidad motora
        inst=inst-inst;%Eliminamos los impulsos de la función peine de Dirac,
        %ya que los de la siguiente unidad motora aparecerán en otras
        %posiciones
    end;

    %Ahora calculamos la señal EMG entera y la representamos
    %Primero calculamos cuál es la mayor longitud de las sEMG de las
    %unidades motoras
    m=size(sEMG{1},2);
    for i=2:size(sEMG,2)
        if size(sEMG{i},2)>m
            m=size(sEMG{i},2);
        end;
    end;
    %Igualamos todas las longitudes de los sEMG, a la mayor de ellas
    for i=1:size(sEMG,2)
        sEMG{i}=[sEMG{i} zeros(1,m-size(sEMG{i},2))];
    end;
    semg=zeros(size(sEMG{1}));
    %Obtenemos la señal electromiográfica total a partir de las
    %aportaciones individuales de las unidades motoras
    for i=1:length(sEMG)
        semg=semg+sEMG{i};
    end;
    plot((1:length(semg))/fs,semg);%Representamos la señal EMG
else %Si no se han reclutado unidades motoras
    for i=1:length(tds)
        sEMG(i)={zeros(1,1000)};
    end;
    semg=zeros(1,1000); %La señal EMG será nula en este caso
    plot(semg);
end;

```

Función *EMG*:

Es la encargada de englobar todas las funciones referentes al bloque de la señal electromiográfica; desde el cálculo de los MUAP de las unidades motoras reclutadas hasta la obtención de la señal EMG.

```

function emg=EMG(FMinUM,posFM,eFM,vFM,tds,elec,re)

%Parámetros de entrada:
%   - FMinUM: índice de la unidad motora a la que pertenece cada fibra
%   - posFM: posiciones (x,y) de las fibras dentro del músculo
%   - eFM: posiciones del end-plate de las fibras
%   - vFM: velocidades de propagación en las fibras
%   - tds: instantes de descarga de las unidades motoras reclutadas
%OPCIONALES (SI NO SE INTRODUCEN MANUALMENTE, SE LES ASIGNAN VALORES POR DEFECTO):
%   - elec: vector con coordenadas (x,y,z) del electrodo
%   - re: radio del electrodo
%
%Parámetro de salida:
%   - emg: señal EMG total resultante de la excitación de las motoneuronas

```

```

fs=20;%frecuencia de muestreo es 20 kHz
%Si los parámetros de entrada no determinan las posiciones (x,y,z) de los
%electrodos y/o el radio de los mismos, les asignamos valores por defecto
if nargin==5
    elec(1)=4;%En mm
    elec(2)=1;%En mm
    elec(3)=15;%En mm
    re=2;%En mm
elseif nargin==6
    re=2;%En mm
end;
%A partir de los parámetros de entrada, identificamos las posiciones
%(x,y,z) del electrodo
elecx=elec(1);
elecy=elec(2);
elecz=elec(3);
muap=cell(1,length(tds));
%A continuación, calculamos el MUAP de cada una de las UM reclutadas y los
%almacenamos en la celda llamada muap
for i=1:length(tds)
    m=MUAPdef(i,FMinUM,posFM,eFM,vFM,elecx,elecy,elecz,re,fs);
    m=m(1:max(find(isfinite(1./m))));
    muap(i)={m'};
end;
emg=EMGsignal(muap,tds,fs);%emg devuelve la señal EMG

```

Código que conjunta todos los bloques

Este código será el que ejecutemos cada vez que queramos realizar una simulación completa del proceso: creación de músculo – excitación – reclutamiento – fuerza – EMG. En otras palabras, es el script principal.

Script *proy*:

```

close all;clear all;

%Primero creamos el músculo que queremos estudiar
musculoCrear

%Definimos los parámetros que caracterizan a las unidades motoras
i=data.numUM;%número de unidades motoras del que consta el músculo
RR=11;%rango de reclutamiento
RP=21.54;%rango de peak twitch forces
RT=3;%rango de contraction times
rte=RTE(i,RR);%Recruitment Threshold Excitation de las unidades motoras que
    %forman el músculo

%A continuación creamos la excitación que emplearemos (a pesar de que es
%opcional introducirla en "recruitment", ya que en caso de no hacerlo,
%emplea una por defecto).
%Como se puede ver, tenemos tres clases de excitación a elegir, para
%emplear una de ellas bastará con eliminar el signo '%' que aparece delante
%de la fila correspondiente, y colocar dicho signo en el comienzo de las

```



```

%otras dos filas

%[E,tmax,pfr,Emax]=excitation(rte,'exp',100,1,3,2);
%[E,tmax,pfr,Emax]=excitation(rte,'esc',100,0.809,10);
[E,tmax,pfr,Emax]=excitation(rte,'ramp',100,6.395375,4,2);

%Vamos a obtener los instantes de disparo de las unidades motoras
%reclutadas
tds=recruitment(rte,RP,RT,FMinUM,E);

%Calculamos la fuerza total del músculo
Fm=force(tds,RP,RT,FMinUM);

%Obtenemos la señal EMG
emg=EMG(FMinUM,posFM,eFM,vFM,tds);
%Nota: Si se desea representar la señal electromiográfica total o
%cualquiera de sus partes, hay que recordar que habrá que tener en cuenta
%la tasa de muestreo que se empleó a la hora de obtener los CMUP.
%Ejemplo: si quiero representar la señal electromiográfica total, semg,
%deberé de ejecutar la siguiente instrucción:
%   plot((1:length(semg))/fs,semg);

```

Estimación de excitación

A continuación se muestran dos funciones que sirven para realizar dos clases de estimaciones distintas de la excitación empleada, en el caso, claro está, de que se sepa la fuerza muscular obtenida pero no la excitación que se ha usado. Estas funciones no se han incluido en *proy*, ya que no pertenecen estrictamente hablando al proceso de reclutamiento de unidades motoras, ni al posterior cálculo de fuerza muscular y señal electromiográfica. Como se podrá comprobar, la estimación más fiable es la segunda, es decir, la basada en la aproximación mediante el empleo de coeficientes de regresión de la relación Excitación – Fuerza muscular. Decimos que es más fiable porque su residuo, (diferencia entre excitación estimada y excitación realmente empleada), es menor para todos los casos. En concreto, se podrá observar con su empleo como cuanto menor es el nivel de la excitación empleada, más se aproxima a la excitación real en comparación con la otra clase de excitación estimada.

Función *analy*:

Nos proporciona, principalmente, las dos estimaciones de excitación que se calculan.

```

function [analysis,analysis2,rimp,rimp2]=analy(cr,Fm,rte,Emax,RP)

%Devuelve en las variables analysis y analysis2 la estimación obtenida por
%distintos procedimientos que realiza de la señal excitación, y en rimp la
%relación entre la fuerza total del músculo/excitación estimada
%Parámetros de entrada:

```

```

% - cr: coeficientes de regresión (de la recta E-F)
% - Fm: Total Muscle Force
% - rte: Recruitment Threshold Excitation
% - Emax: Excitación de entrada con la que la última motoneurona alcanza
% su PFR
% - RP: rango de peak twitch forces
%
%Parámetros de salida:
% - analysis: estimación obtenida por aproximación de sumatorio de picos
% de contracción a la fuerza muscular
% - analysis2: estimación obtenida por aproximación con coeficientes de
% regresión de relación Excitación - Fuerza muscular
% - rimp: relación entre la fuerza total del músculo/excitación estimada
% para la primera forma de estimación de excitación
% - rimp2: relación entre la fuerza total del músculo/excitación estimada
% para la segunda forma de estimación de excitación

%Recordemos que hallábamos los P a través de una relación con el nº de
%fibras de las UM. Sin embargo, calculábamos las P únicamente de las UM
%reclutadas. Si usásemos aquí dichas P, sabríamos de antemano cuántas UM se
%han reclutado, por lo que tendríamos cierta información sobre el nivel de
%excitación empleado. Como nuestra idea es calcular una estimación de
%excitación sin tener datos de la misma, optamos por "recalcular" los P
%pero esta vez mediante la fórmula aportada por Fuglevand
b=(log(RP))/120;
k=1:120;
P(k)=exp(b.*k);%Peak Twitch Force

%Se definen las constantes y variables que nos servirán de ayuda
i=1;k=1;l=1;
sumat=0;
aux=0;
analysis=zeros(1,length(Fm)+1);
indice=zeros(1,length(analysis));
while i<=length(Fm)
    if Fm(i)==0
        analysis(k)=0;%Se le da este valor a E estimada porque no se puede
        %saber con exactitud qué excitación se tenía si ésta no era por lo menos
        %igual a rte(1)
    else
        %Se realiza un sumatorio progresivo de los P de las UM. Cuando dicho
        %sumatorio supere la Fm en ese instante de tiempo, el valor de E en
        %ese momento es el correspondiente al RTE de la última unidad motora
        %de la cual se ha sumado su pico de fuerza de contracción
        while Fm(i)>sumat && l<=120
            sumat=sumat+P(l);
            l=l+1;
        end;
        l=l-1;
        %Si se han reclutado todas las UM, el sumatorio realizado sigue
        %siendo inferior a Fm en ese instante y , la excitación estimada
        %hasta entonces es inferior a Emax, se seguirá aumentando el valor
        %de la excitación estimada hasta que supere a Emax o hasta que el
        %sumatorio, (el cual también se habrá incrementado), supere a Fm
        if l==120
            while Fm(i)>sumat && rte(l)+aux<Emax
                sumat=sumat+1;
                aux=aux+0.01;
            end
        end
    end
    indice(i)=k;
    i=i+1;
end

```

```

        end;
    end;
    analysis(k)=rte(l)+aux;
end;
%Reiniciamos o avanzamos valores
indice(k)=1;
i=i+1;
k=k+1;
l=1;
sumat=0;
aux=0;
end;
%A continuación calculamos la relación entre la fuerza muscular y la
%excitación estimada. Para poder hacerlo, es necesario que el vector fuerza
%tenga la misma longitud que el de la excitación estimada, por ello al
%primero de ellos le añadimos ceros hasta igualar la longitud del segundo
Fm1=cat(2,Fm,zeros(1,length(analysis)-length(Fm)));
rimp=Fm1./analysis;

%En la segunda clase de estimación se usa una función de excitación de
%referencia, en concreto, una tipo rampa con primera zona de crecimiento
%lineal y segunda zona de mantenimiento de excitación, (de valor igual a la
%excitación máxima); de manera que se calculen los coeficientes de regresión
%de la relación excitación - fuerza muscular. A partir de dichos coeficientes
%, que son el parámetro de entrada 'cr', y de los valores de la fuerza muscular,
%se calcula la excitación estimada.
i=1;k=1;minimo=10000000;indic=0;l=2;
pE=0:100;%Porcentajes de excitación máxima que emplearemos
analysis2=zeros(1,length(Fm)+1);
while i<=length(Fm)
    if Fm(i)==0
        analysis2(k)=0;%Se le da este valor a E estimada porque no se puede
        %saber con exactitud qué excitación se tenía si ésta no era por lo menos
        %igual a rte(1)
    else
        %Realizamos un bucle en el que vamos probando los pE, hasta que,
        %tras haber operado con todos, determinamos cuál de ellos
        %proporciona una fuerza muscular más cercana a la que se tiene en
        %ese instante; por tanto, dicho valor de pE será el valor de
        %excitación estimada en ese instante
        while l<length(pE)
            avF=cr(4)+cr(3)*pE(l)+cr(2)*pE(l)^2+cr(1)*pE(l)^3;
            aux=abs(Fm(i)-avF);
            indic=l.*(aux<=minimo)+indic.*(aux>minimo);
            minimo=aux.*(minimo>=aux)+minimo.*(minimo<aux);
            l=l+1;
        end;
        analysis2(k)=pE(indic)*Emax/100;
    end;
    %Reiniciamos o avanzamos valores
    i=i+1;k=k+1;l=2;
    minimo=10000000;indic=0;
end;
%Al igual que antes, calculamos la relación entre la fuerza muscular y la
%excitación estimada. Para poder hacerlo, es necesario que el vector fuerza
%tenga la misma longitud que el de la excitación estimada, por ello al
%primero de ellos le añadimos ceros hasta igualar la longitud del segundo
Fm2=cat(2,Fm,zeros(1,length(analysis2)-length(Fm)));
rimp2=Fm2./analysis2;

```

Función *estaprox*:

Calcula los residuos de las estimaciones de excitación obtenidas, de manera que se compruebe gráficamente cuál de las dos aproximaciones funciona mejor. Además, también devuelve los residuos totales de las mismas, llamando residuo total al sumatorio de las diferencias existentes entre todos los puntos de la excitación real y los de la excitación estimada; de manera que se compruebe numéricamente cuál de las dos aproximaciones funciona mejor.

```
function
[residuo,residuo2,residuototal,residuototal2]=estaprox(E,analysis,analysis2)

%Parámetros de entrada:
% - E: función excitación empleada
% - analysis: función excitación estimada mediante aproximación de
% sumatorio de picos de contracción a la fuerza muscular
% - analysis2: función excitación estimada mediante
%
%Parámetros de salida:
% - residuo: diferencia entre excitación estimada,(mediante aproximación
% de sumatorio de picos de contracción a la fuerza muscular),y la
% excitación realmente empleada
% - residuo2: diferencia entre excitación estimada,(mediante el empleo de
% coeficientes de regresión de la relación Excitación - Fuerza muscular),
% y la excitación realmente empleada
% - residuototal: sumatorio de todas las componentes del vector residuo
% - residuototal2: sumatorio de todas las componentes del vector residuo2

%Para poder obtener residuo deberemos de igualar las longitudes de la
%excitación real y la estimada
Ep=cat(2,E,zeros(1,length(analysis)-length(E)));
residuo=analysis-Ep;
residuototal=sum(abs(residuo));

%Para poder obtener residuo2 deberemos de igualar las longitudes de la
%excitación real y la estimada
Ep=cat(2,E,zeros(1,length(analysis2)-length(E)));
residuo2=analysis2-Ep;
residuototal2=sum(abs(residuo2));

%Finalmente, representamos en una misma gráfica la excitación real, las dos
%excitaciones estimadas y los residuos de las mismas
figure
plot(E)
hold on
plot(analysis,'g')
plot(analysis2,'y')
plot(residuo,'r')
plot(residuo2,'m')
legend('Real Excitation (E)','Estimated Excitation (Ee)',...
'Estimated Excitation 2 (Ee2)','Residuo (Ee-E)','Residuo2 (Ee2-E)',2)
```

7. Lista de abreviaturas

A continuación, se muestra una lista de las abreviaturas empleadas tanto en la memoria como en el código, para que el lector pueda conocer de manera rápida el concepto que representa cada una de ellas.

- **Δ Force**: incremento de la fuerza total del músculo respecto de la fuerza obtenida para una excitación del músculo igual al umbral de reclutamiento de la unidad motora para la que se está calculando el coeficiente de variación.
- **CIR**: respuesta impulsional común.
- **CMUP**: potencial de acción de unidad motora.
- **cv**: coeficiente de variación.
- **E**: excitación.
- **E_{max}**: excitación máxima.
- **EMG**: señal electromiográfica.
- **F_i**: fuerza de la unidad motora de índice i a lo largo del tiempo.
- **fij**: respuesta impulsional de unidad motora i en su instante de disparo número j.
- **F_m**: fuerza muscular obtenida a lo largo del tiempo.
- **FR**: tasa de disparo o descarga.
- **g_e**: ganancia de la relación excitación – tasa de disparo.
- **g_{ij}**: ganancia que modela el comportamiento no lineal de la fuerza.
- **IAP**: potencial de acción intracelular de una fibra muscular.
- **IR**: respuesta impulsional.
- **ISI**: separación temporal entre dos instantes de disparo consecutivos de la misma unidad motora.
- **MFR**: mínima tasa de disparo.
- **MUAP**: potencial de acción de unidad motora.
- **MVC**: máxima contracción voluntaria.
- **nf_i**: número de fibras musculares de las que consta la unidad motora de índice i.
- **nf_{total}**: número de fibras musculares de las que consta el músculo.
- **NMJ**: unión neuromuscular.
- **P**: pico de fuerza de contracción.
- **PFR**: pico de tasa de disparo.
- **P_i**: pico de fuerza de contracción de la unidad motora de índice i.
- **P_{total}**: suma de los picos de fuerza de contracción de las unidades motoras del músculo.
- **RP**: rango de los picos de fuerza de contracción.
- **RR**: rango de reclutamiento de las unidades motoras.
- **RT**: rango de los tiempos de contracción.
- **RTE**: excitación umbral de reclutamiento de una unidad motora.
- **SFAP**: potencial de acción de una fibra muscular.
- **T**: tiempo de contracción.
- **T_i**: tiempo de contracción de la unidad motora de índice i.

- t_{ij} : instante de disparo número j de la unidad motora de índice i .
- T_L : máxima duración de contracción para una unidad motora.

8. Bibliografía

Para finalizar, se muestran los artículos científicos que han servido de referencia a la hora de desarrollar el proyecto.

- TEACHING A MASTER STUDENT HOW TO MODEL THE ELECTRICAL BEHAVIOUR OF A BIOLOGICAL SYSTEM. Javier Rodríguez, Javier Navallas, Armando Malanda. 2010
- A MATHEMATICAL ANALYSIS OF SFAP CONVOLUTIONAL MODELS. Javier Rodríguez Falces, Armando Malanda Trigueros, Luis Gila Useros, Ignacio Rodríguez Carreño, Javier Navallas Irujo. 2005
- MODELS OF RECRUITMENT AND RATE CODING ORGANIZATION IN MOTOR-UNIT POOLS. Andrew J. Fuglevand, David A. Winter, and Aftab E. Patla. 1993
- DISCHARGE RATE VARIABILITY INFLUENCES THE VARIATION IN FORCE FLUCTUATIONS ACROSS THE WORKING RANGE OF A HAND MUSCLE. Chet T. Moritz, Benjamin K. Barry, Michael A. Pascoe, Roger M. Enoka